

# ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 4 MAI 1942.

PRÉSIDENTE DE M. GABRIEL BERTRAND.

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THERMOCHEMIE. — *Thermochimie de l'aldéhyde formique, de l'hexaméthylène-tétramine et de ses dérivés.* Note de MM. MARCEL DELÉPINE et MARIUS BADOCHÉ.

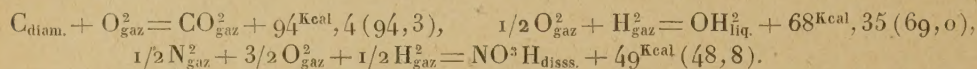
Malgré l'importance de l'aldéhyde formique, depuis l'époque (1896-1897) où Delépine <sup>(1)</sup> a publié ses recherches sur la thermochimie de cet aldéhyde, de l'hexaméthylène-tétramine et de ses dérivés, il ne semble pas que ces substances aient été l'objet d'un travail d'ensemble. Publiées en un temps où la précision n'était pas aussi accessible qu'aujourd'hui, ces déterminations pouvaient se trouver entachées d'erreur; aussi, possédant au Collège de France l'installation calorimétrique due à Moureu, Dufraisse et Landrieu, avons-nous jugé bon de reprendre, avec un appareillage irréprochable et une parfaite expérience de la bombe calorimétrique, les recherches faites il y a plus de 40 ans, pour leur donner le cachet de régularité et de précision dont elles pouvaient être dépourvues. On verra que les changements ne sont pas d'une ampleur considérable.

Les combustions ont donc été effectuées toutes au voisinage de 17°, en suivant exactement les prescriptions internationales, dans un calorimètre moderne, avec une bombe scrupuleusement étalonnée. Nos résultats expérimentaux (D. et B.) donnent dans des colonnes successives : en calories-grammes, soit cal, la chaleur de combustion de 1<sup>g</sup> de substance pesée dans l'air; la chaleur de combustion dite isothermique pour 1<sup>g</sup> de substance pesée dans le vide; la chaleur de combustion moléculaire à volume constant  $Q_v$ , exprimée en calories-kilog, soit Kcal, calculée en multipliant la chaleur de combustion isothermique par le poids moléculaire compté avec C 12, O 16, H 1,008, N 1,008; la chaleur de combustion moléculaire à pression constante  $Q_p$ ,

<sup>(1)</sup> *Comptes rendus*, 123, 1896, pp. 650 et 888; 124, 1897, pp. 816, 1454 et 1525; *Ann. Chim. et Phys.*, 7<sup>e</sup> série, 15, 1898, p. 469.



en Kcal; enfin, la chaleur de formation  $Q_f$ . Celle-ci a été calculée avec les données suivantes, empruntées à la Commission internationale de Thermo-chimie (nous mettons entre parenthèses les valeurs utilisées antérieurement par Delépine) :



Nous donnons comparativement les résultats anciens (D.), tels qu'ils avaient été exprimés avec les valeurs ayant cours à l'époque. Les nouvelles chaleurs de combustion expérimentales par gramme sont les moyennes de 3 à 5 déterminations ne différant pas de plus de 2/1000 de leur moyenne arithmétique, souvent de bien moins. Nous les donnons telles quelles avec leurs décimales, mais  $Q_v$ ,  $Q_p$  et  $Q_f$  ont été arrondis.

		Chal. exp. de comb. par g.	Chal. de comb. isoth.	$Q_v$	$Q_p$	$Q_f$
		cal	cal	Kcal	Kcal	Kcal
$\alpha$ -Trioxyméthylène	{ D.....	—	—	—	—	—
pour $1/3 (CH^2O)^3$	{ D. et B.....	4029,4	4026,8	120,9	120,9	+41,85
Polyoxyméthylène	{ D.....	4095,9	—	122,9	122,9	+40,4
pour $1/n (CH^2O)^n$	{ D. et B.....	4010,6	4008,1	120,3	120,3	+42,45
Paraformaldéhyde	{ D.....	3747,8	—	120,8	120,8	+42,5
$1/8 [(CH^2O)^3, OH^2]$	{ D. et B.....	3722,2	3720,4	120,05	120,05	+42,7
Hexaméthylène-	{ D.....	7185,4	—	1005,85	1006,5	—26,7
tétramine $C^6H^{12}N^4$	{ D. et B.....	7166,3	7158,9	1003,0	1003,6	—27,1
Dinitrate de H. T.	{ D.....	3598,8	—	957,3	955,85	+92,9
$C^6H^{12}N^4, 2NO^3H$	{ D. et B.....	3585,0	3582,8	953,6	952,2	+92,8
Dinitroso-pentaméthylène-	{ D.....	4694,3	—	873,15	872,30	—55,8
tétramine $C^5H^{10}O^2N^6$	{ D. et B.....	4655,8	4653,3	866,1	865,2	—51,45
Trinitroso-triméthylène	{ D.....	3220,9	—	560,4	558,7	—68,8
triamine $C^3H^6O^3N^6$	{ D. et B.....	3206,1	3204,5	557,9	556,2	—68,0
Trinitro-triméthylène-	{ D.....	—	—	—	—	—
triamine $C^3H^6O^6N^6$	{ D. et B.....	2282,3	2281,0	506,6	503,9	—15,7

Ces résultats appellent quelques commentaires. On voit que, sans exceptions, les chaleurs de combustion anciennes dépassent les nouvelles, ce qui tient évidemment à un ancien étalonnage imparfait; on avait dû attribuer à la bombe un équivalent calorifique trop élevé. Voici maintenant les considérations relatives à chaque cas.

*$\alpha$ -Trioxyméthylène  $(CH^2O)^3$ .* — C'est le véritable trimère de Pratesi, corps cristallisé très volatil; pour éviter des pertes avant la combustion, on a pris des précautions spéciales (cloche de verre recouvrant la pastille, exécution rapide etc.).

*Polyoxyméthylène  $(CH^2O)^n$ .* — Le polyoxyméthylène que nous avons employé résultait de la polymérisation spontanée de l'aldéhyde liquéfié préalablement dans l'air liquide, privé ensuite de l' $\alpha$ -trioxyméthylène par sublimation suivant la technique d'Auerbach et

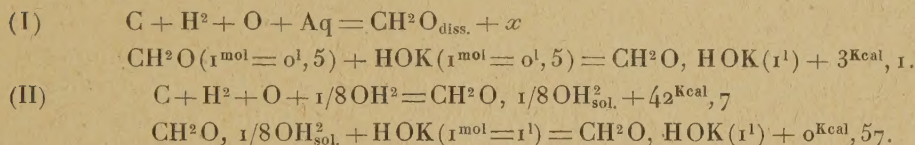


Barschall (<sup>2</sup>). L'analyse avait indiqué % : C, 39,92; H, 6,87; C, 39,92; H, 6,93 au lieu de C, 39,97 et H, 6,71.

C'est pour ce corps que l'écart avec les anciennes données est le plus grand; si l'on se reporte au Mémoire de Delépine, on verra que son produit avait été préparé par action de l'acide sulfurique sur une solution d'aldéhyde formique concentrée (commerciale); on sait aujourd'hui, par les travaux de Staudinger (<sup>3</sup>), que le corps presque insoluble ainsi obtenu est en réalité un éther oxyde méthylrique du type  $\text{CH}^2\text{O} \cdot (\text{CH}^2\text{O})^x \text{CH}^2 \cdot \text{O} \cdot \text{CH}^2$ , soit  $(\text{CH}^2\text{O})^{x+2}(\text{CH}^4)$ , qui doit fournir une chaleur de combustion beaucoup plus élevée. Avec  $x$  de 20 à 40, on peut estimer que l'excès serait de l'ordre des résultats observés.

*Paraformaldéhyde.* — Il s'agit ici d'un produit condensé de formule générale  $\text{HO} \cdot (\text{CH}^2\text{O})^x \cdot \text{CH}^2 \cdot \text{OH}$ , soit  $(\text{CH}^2\text{O})^n \text{OH}^2$ , dans lequel le nombre  $n$  moyen est de 8. On obtient une telle substance en évaporant dans le vide une solution aqueuse pure d'aldéhyde formique, et terminant par une longue déshydratation dans le vide au-dessus de l'acide sulfurique. Il s'est trouvé que notre produit avait la même composition  $(\text{CH}^2\text{O})^8 \cdot \text{OH}^2$  que celui qui fut brûlé par Delépine. L'analyse : C %, 37,20; 37,18; 37,20; H, 7,06; 7,03; 7,03, a donné des chiffres se confondant presque avec la valeur théorique : C, 37,18; H, 7,02.

*Aldéhyde formique dissous.* — Le paraformaldéhyde est important, car il est soluble, pour ainsi dire instantanément, dans les alcalis caustiques; en s'appuyant sur les déterminations thermiques établies autrefois, il est possible d'en déduire la chaleur de formation de l'aldéhyde formique dissous, grâce aux cycles



D'où  $\text{C} + \text{H}^2\text{O} + \text{Aq} = \text{CH}^2\text{O}_{\text{diss.}} + 40^{\text{Kcal}}, 2$ ; avec d'autres dilutions, on aurait  $40^{\text{Kcal}}, 3$  (voir le Mémoire).

*Aldéhyde formique gazeux.* — Delépine avait indiqué  $15^{\text{Kcal}}$  pour la chaleur de dissolution dans l'eau. Walker (<sup>4</sup>) a trouvé un nombre fort voisin,  $14^{\text{Kcal}}, 8$ . En adoptant  $14^{\text{Kcal}}, 9$ , moyenne des deux valeurs, on aurait ainsi pour chaleur de formation de l'aldéhyde gazeux  $25^{\text{Kcal}}, 3$ . Les changements survenus dans les données fondamentales (pour  $\text{CO}^2$  et  $\text{OH}^2$ ) font que l'on retombe bien près de la valeur  $25^{\text{Kcal}}, 4$ , donnée autrefois. H. von Wartenberg et Lerner-Steinberg (<sup>5</sup>), ayant brûlé directement le gaz aldéhyde formique, ont abouti à une chaleur de formation de  $28^{\text{Kcal}}, 65$ .

*Hexaméthylène-tétramine*  $\text{C}^6\text{H}^{12}\text{N}^4$ . — Ce corps brûle en charbonnant fréquemment (observation retrouvée dans le cahier de laboratoire de 1896). On a tenu compte des traces de charbon dans les évaluations.

Il fut comburé par Harvey et Backland (<sup>6</sup>) en 1921; ces auteurs aboutirent à une chaleur de formation de  $-43^{\text{Kcal}}, 18$ ; mais si l'on observe, notamment, que c'est en prenant pour  $\text{C}_{\text{am.}} + \text{O}_{\text{g.}}^2 = \text{CO}_{\text{g.}}^2$  le chiffre  $96^{\text{Kcal}}, 98$  au lieu de  $94^{\text{Kcal}}, 4$ , et pour l'acide nitrique de correction,  $41^{\text{Kcal}}, 6$  au lieu de  $49^{\text{Kcal}}$ , la chaleur de formation exprimée comme on le fait d'habitude deviendrait  $-58^{\text{Kcal}}, 5$ . Cette valeur nous paraît véritablement trop basse, bien

(<sup>2</sup>) *Arbeiten kaiserl. Gesundheitsamte*, 27, 1907, p. 183.

(<sup>3</sup>) *Ann. der. Chem.*, 474, 1929, p. 145.

(<sup>4</sup>) *J. Am. Chem. Soc.*, 55, 1933, p. 2821.

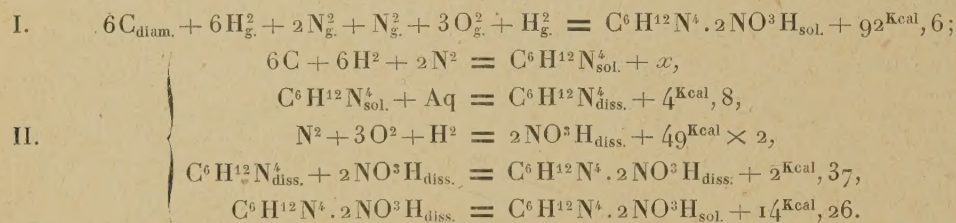
(<sup>5</sup>) *Z. f. angew. Chem.*, 38, 1925, p. 591.

(<sup>6</sup>) *J. ind. and engin. Chem.*, 13, 1921, p. 139.



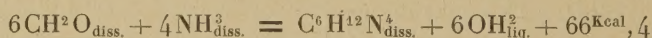
que dans un travail tout récent Baur et Rüetschi <sup>(7)</sup> semblent l'appuyer en disant que la chaleur de combustion de  $C^6H^{12}N^4$  par Delépine doit être de 3 à 4 % trop basse. Nous ne pensons pas qu'il puisse y avoir un tel écart, en vertu des chiffres obtenus pour le dinitrate.

*Dinitrate d'hexaméthylène-tétramine*  $C^6H^{12}N^4 \cdot 2NO^3H$ . — Delépine ayant déterminé la chaleur de dissolution ( $-14^{Kcal}, 26$ ) du dinitrate, celle de l'hexaméthylène-tétramine ( $+4^{Kcal}, 8$ ), la chaleur de saturation de la base par 2<sup>mol</sup> d'acide nitrique ( $+2^{Kcal}, 37$ ), si l'on y joint la chaleur de formation de l'acide nitrique ( $+49^{Kcal}$ ), on peut dresser les cycles (I) et (II) :



On en déduit  $x = -26^{Kcal}$ , au lieu de  $-27,1$  indiqué sur le tableau. Il est évident que cette coïncidence ne doit pas être prise à la lettre, mais elle rend invraisemblables des écarts qui ramèneraient la chaleur de formation de l'hexaméthylène-tétramine à  $-58^{Kcal}, 5$ , les erreurs dues aux dissolutions, neutralisations ci-dessus, ne devant guère dépasser  $0^{Kcal}, 1$  à  $0^{Kcal}, 2$ .

Rappelons que ce fut de la mesure de la chaleur de combinaison de l'aldéhyde formique diss. avec l'ammoniaque diss. ( $16^{Kcal}, 6$  par mol de  $NH^3$ ) et celle de formation de l'hexaméthylène-tétramine, que M. Delépine avait tiré une chaleur de formation de l'aldéhyde formique diss. évaluée à  $40^{Kcal}, 4$ , en posant  $1/2N_g^2 + 3/2N_g^2 = NH^3_{\text{diss.}} + 21^{Kcal}$ . Aujourd'hui on admet pour l'ammoniaque, au lieu de  $21^{Kcal}$ ,  $19^{Kcal}, 35$  [G. Becker et W. A. Roth <sup>(8)</sup>], ou  $19^{Kcal}, 9$  [C. A. Kraus et J. A. Ridderhof <sup>(9)</sup>], mais en revanche celle de l'eau est devenue  $68^{Kcal}, 35$  au lieu de  $69^{Kcal}$ , de sorte que l'équation



conduit pour  $CH^2O$  diss. à une chaleur de formation de  $40^{Kcal}, 5$ , en supposant pour l'hexaméthylène-tétramine diss.  $-27^{Kcal}, 1$  et pour l'ammomiaque  $+19^{Kcal}, 6$ . La chaleur de neutralisation de l'aldéhyde formique fut, certes, obtenue par des moyens quelque peu compliqués, mais on peut prendre le chemin inverse, s'appuyer sur la chaleur de formation de l'aldéhyde dissous d'après le cycle du paraformaldéhyde pour la retrouver; l'ensemble nous paraît alors vraisemblable.

*Dérivés nitrosés et nitrés.* — Nous n'avons rien à en dire, si ce n'est que divers auteurs récents ont donné  $2285^{(10)}$ ,  $2282^{cal(11)}$  pour chaleur de combustion du gramme de trinitro-triméthylène-triamine ou hexogène. Nous trouvons  $2282$ ; ce recoupement nous donne une certaine confiance dans nos actuelles déterminations.

<sup>(7)</sup> *Helv. chim. Acta*, 24, 1941, p. 754.

<sup>(8)</sup> *Zeits. f. Elektrochem.*, 40, 1934, p. 841.

<sup>(9)</sup> *J. Am. Chem. Soc.*, 56, 1934, p. 84.

<sup>(10)</sup> A. SCHMIDT, *Zeits. f. Schiess- und Sprengst.*, 29, 1934, p. 259.

<sup>(11)</sup> BURLOT et THOMAS, *Mémorial des Poudres*, 29, 1939, p. 262.



M. AUGUSTE CHEVALIER fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de †LOUIS LAVAUDEN, *Les Forêts coloniales de la France* (Mémoire couronné par l'Académie des Sciences coloniales), dont il a écrit une *Introduction* (vol. in-8, 276 p., 1942).

### CORRESPONDANCE.

M. EMMANUEL DE MARTONNE prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Géographie et Navigation par le décès de M. E. Fichot.

TOPOLOGIE. — *Les complexes d'un espace topologique.*

Note de M. JEAN LERAY, présentée par M. Henri Villat.

Le Cours de Topologie que je professe à l'Université de captivité de l'Oflag XVII A expose une théorie des équations, des transformations et des homéomorphies qui s'applique directement à tout espace topologique (jusqu'à présent, on développait une telle théorie dans les espaces euclidiens et dans les multiplicités, puis, par passages à la limite, on la transposait aux seuls espaces abstraits linéaires). La présente Note résume les notions qui sont à la base de mon Cours; je crois que celles d'intersection de complexes et de couverture sont originales, mais je ne peux m'en assurer.

1. Un *complexe abstrait*  $C$  (ou  $c$ ) est constitué par un nombre fini de symboles, les *simplexes*  $S^{p,\alpha}$  (ou  $s_{p,\alpha}$ ), dont le premier indice est nommé *dimension*, et par une loi de dérivation

$$\dot{S}^{p,\alpha} = \sum_{\beta} a_{\beta} S^{p+1,\beta} \quad \left( \text{ou } \dot{s}_{p,\alpha} = \sum_{\beta} a_{\beta} s_{p+1,\beta} \right),$$

où  $a_{\beta}$  vaut  $\pm 1$  ou  $0$ , telle que *toute dérivée seconde soit nulle*. On passe de la notation à indices supérieurs à la notation à indices inférieurs en changeant  $p$  en  $\text{const.} - p$ . La définition des chaînes, homologies, cycles, groupe d'homologie est la définition classique. Un complexe est dit *simple* quand tous ses groupes d'homologie sont nuls, sauf celui de dimension zéro, qui est cyclique. Un complexe est dit *supérieur* (et est toujours noté avec des indices supérieurs) lorsque  $S^p$  figure dans au moins  $(p+1) \dot{S}^{p-1,\alpha}$  et que chaque  $S^1$  figure dans deux  $\dot{S}^{0,\alpha}$ , avec deux signes opposés;  $C^0 = \sum_{\alpha} S^{0,\alpha}$  est donc un cycle, qui est

nommé *cycle unité*. Un complexe est dit *inférieur* (et est toujours noté avec des indices inférieurs) lorsque chaque  $\dot{s}_p$  contient au moins  $(p+1) s_{p-1}$  et que  $\dot{s}_1 = s_{0,\alpha} - s_{0,\beta}$ ; tout complexe inférieur est isomorphe à un complexe polyédral.



Le *produit* des deux complexes, par exemple des complexes supérieur  $C$  et inférieur  $c$ , est le complexe  $C \times c$  suivant : ses simplexes sont les symboles  $S^{p,\alpha} \times s_{q,\beta}$ ; leur dimension est  $q - p$ ; la loi de dérivation est

$$(1) \quad (S^{p,\alpha} \times s_{q,\beta})' = \dot{S}^{p,\alpha} \times s_{q,\beta} + (-1)^p S^{p,\alpha} \times \dot{s}_{q,\beta}.$$

Les complexes  $C$  et  $c$  sont dits *duals* l'un de l'autre, lorsqu'on peut établir entre leurs simplexes une correspondance biunivoque ( $S^{p,\lambda}$  correspondant à  $s_{p,\lambda}$ ) telle que

$$(2) \quad \left( \sum_{p,\lambda} S^{p,\lambda} \times s_{p,\lambda} \right)' = 0;$$

la donnée de l'un de ces deux complexes définit l'autre.

Un *sous-complexe fermé* d'un complexe est un ensemble de simplexes de ce complexe, ensemble contenant tout les simplexes figurant dans les dérivées de chacun de ses éléments et auquel on applique la loi même de dérivation du complexe. En annulant dans un complexe et dans sa loi de dérivation tous les simplexes d'un sous-simplexe fermé, on obtient le *sous-complexe ouvert complémentaire*. Toute homologie qui vaut dans un sous-complexe fermé (dans un complexe) vaut dans le complexe (dans tout sous-complexe ouvert). Tout sous-complexe ouvert (fermé) d'un complexe supérieur (inférieur) est un complexe supérieur (inférieur).

2. Un *complexe concret* est constitué par un complexe abstrait, un espace topologique  $E$  et une loi qui associe à chaque simplexe  $S^{p,\alpha}$  (ou  $s_{p,\alpha}$ ) un ensemble de points de  $E$ , son support,  $|S^{p,\alpha}|$  (ou  $|s_{p,\alpha}|$ ); le support d'une chaîne est la réunion des supports de ses simplexes; le support de la dérivée d'un simplexe doit appartenir au support de ce simplexe; tout simplexe à support vide est annulé.

L'*intersection d'un complexe concret*  $C$  par un ensemble  $E$  s'obtient en remplaçant chaque support par son intersection avec  $E$ ; c'est un sous-complexe ouvert de  $C$ . Un complexe est dit simple sur un ensemble quand son intersection par cet ensemble est un complexe simple.

Envisageons deux complexes concrets d'un même espace  $E$ , par exemple  $C$  et  $c$ ; leur *intersection*  $C.c$  est le sous-complexe ouvert de  $C \times c$  que constituent les simplexes  $S^{p,\alpha} \cdot s_{q,\beta}$ , dont les supports sont  $|S^{p,\alpha}| \cdot |s_{q,\beta}|$ .

Une *couverture* d'un espace topologique  $E$  est un complexe supérieur  $C$  possédant les propriétés suivantes :  $C$  est simple en chaque point de  $E$ ; chaque simplexe de  $C$  a pour support un ensemble fermé de points de  $E$ . Le transformé d'une couverture par l'inverse d'une transformation continue, l'intersection d'une couverture par un ensemble, l'intersection de deux couvertures est une couverture. A tout recouvrement fermé fini est associé très simplement (grâce à la multiplication extérieure de Grassmann) une couverture. (L'intersection de deux couvertures correspondant à deux recouvrements a une structure plus simple que la couverture définie par l'intersection de ces deux recouvrements :



la notion de couverture est souvent plus maniable que celle de recouvrement.)

Dans l'intersection d'une couverture  $C$  de  $E$  par un complexe de  $E$ , on identifie chaque élément de ce complexe avec son intersection par le cycle unité de  $C$ .

Envisageons l'intersection d'un complexe continu  $c$  par une couverture  $C$ , lorsque  $|c| \subset |C|$ . On peut trouver des subdivisions de  $c$  telles que  $C$  soit simple sur chacun des simplexes de ces subdivisions; tout cycle de  $C.c$  est alors homologue dans  $C.c$  aux cycles d'une classe d'homologie de  $c$ ; cette classe ne dépend pas du choix de la subdivision. Donc tout complexe continu  $c$  a les mêmes groupes d'homologie que son intersection  $C.c$  par une ouverture, si  $|c| \subset |C|$ .

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — Sur une généralisation des fonctions hyperabéliennes d'Émile Picard. Note <sup>(1)</sup> de M. HENRI ROURE.

Je me propose de montrer l'existence de fonctions à plusieurs séries de variables qui se reproduisent quand chaque série de variables est soumise à toutes les substitutions d'un groupe linéaire discontinu portant sur ces variables et qui laisse inaltérée une forme quadratique à indéterminées conjuguées. J'ai utilisé les travaux d'Émile Picard sur la réduction des formes, sur les fonctions hyperfuchsiennes et hyperabéliennes (*Acta Mathematica*, 1, pp. 297-320; 5, pp. 121-182; *Journal de Liouville*, 4<sup>e</sup> série, 5, pp. 87-128), et voici ce que j'ai obtenu : soient, par exemple, deux séries de variables complexes  $(x, y)$  et  $(z, t)$  et les substitutions

$$\left[ \begin{array}{l} x, y, X = \frac{Ax + By + C}{A''x + B''y + C''}, Y = \frac{A'x + B'y + C'}{A''x + B''y + C''}, \\ z, t, Z = \frac{Dz + Et + F}{D''z + E''t + F''}, T = \frac{D'z + E't + F'}{D''z + E''t + F''} \end{array} \right],$$

où les coefficients sont des nombres entiers réels, et les formes à indéterminées conjuguées

$$G = aUU_0 + bVV_0 + cWW_0, \quad H = a'U'U'_0 + b'V'V'_0 + c'W'W'_0,$$

où  $a, b, c, a', b', c'$  sont des nombres réels.  $G$  correspond aux variables  $x, y$  et  $H$  aux variables  $z, t$ . Les substitutions forment respectivement deux groupes linéaires, et les relations obtenues en exprimant que  $G$  et  $H$  restent inaltérées montrent que, pour qu'il y ait une infinité de substitutions donnant ce résultat, il faut que les coefficients  $(a, b, c)$  et  $(a', b', c')$  soient de signes différents. Nous supposons que  $a, b, a', b'$  sont positifs et que  $c$  et  $c'$  sont négatifs et égaux respectivement à  $-h$  et à  $-h'$ . Dans ce cas, en utilisant les travaux

(<sup>1</sup>) Séance du 9 mars 1942.



d'Émile Picard, je montre que les groupes sont discontinus quand les points  $(x, y)$ ,  $(z, t)$  se trouvent respectivement à l'intérieur des domaines D et D' définis par les inégalités

$$\begin{aligned} (D') \quad & a(\bmod x)^2 + b(\bmod y)^2 - h < 0, \\ (D) \quad & a'(\bmod z)^2 + b'(\bmod t)^2 - h' < 0. \end{aligned}$$

Ceci fait, je montre que la série de terme général

$$\left[ \bmod \frac{D(X, Y)}{D(x, y)} \right]^{3m} \left[ \bmod \frac{D(Z, T)}{D(z, t)} \right]^{3m},$$

étendue à toutes les substitutions des deux groupes, est convergente quand  $m$  est supérieur à 3. J'y parviens en montrant que  $\bmod(A''x + B''y + C'')$  et  $\bmod(D''z + E''t + F'')$  restent respectivement compris entre deux nombres fixes dont le plus petit est supérieur à zéro.

Si maintenant je prends une fonction rationnelle à deux séries de variables  $(x, y)$ ,  $(z, t)$ , qui reste uniforme et continue à l'intérieur de l'ensemble des domaines D et D', sauf peut-être en certains points isolés, et si je forme la série de terme général

$$R(x, y, z, t) \left[ \bmod \frac{D(X, Y)}{D(x, y)} \right]^{3m} \left[ \bmod \frac{D(Z, T)}{D(z, t)} \right]^{3m}$$

étendue à toutes les substitutions des deux groupes, cette série est uniformément convergente dans l'intérieur de l'ensemble des domaines D et D', sauf peut-être pour certains points isolés. Elle représente donc une fonction uniforme et continue  $P(x, y, z, t)$  qui vérifie l'équation

$$P(X, Y, Z, T) = (A''x + B''y + C'')^{3m} (D''z + E''t + F'')^{3m} P(x, y, z, t).$$

En prenant le quotient de deux fonctions P différentes, relatives aux mêmes groupes et au même nombre  $m$ , on obtiendra une fonction invariable pour toutes les substitutions des deux groupes, qui généralise les fonctions hyperabéliennes.

Les raisonnements faits s'appliquent à des fonctions d'un nombre quelconque de séries de variables, chaque série comportant un nombre quelconque de variables.

GÉOMÉTRIE DES ENSEMBLES PLANS. — *Isométrie des ensembles et cinématique.*

Note de M. GUSTAVE CHOQUET, présentée par M. Élie Cartan.

On montre en cinématique qu'un mouvement *plan sur plan* peut être identifié à un roulement sans glissement d'une courbe sur une autre courbe : ceci sous des conditions assez restrictives qu'on ne précise pas toujours. En particulier, il peut exister à chaque instant un centre instantané de rotation, qui varie



continûment avec le temps, mais dont le lieu dans les deux plans est une courbe de Peano.

Si l'on cherche à étendre la notion de roulement sans glissement, on est amené à généraliser la définition du mouvement *plan sur plan* et à introduire la notion d'*isométrie* de deux ensembles fermés paramétrés.

*Définition d'un mouvement.* — Un mouvement est paramétré par les points d'un ensemble fermé donné  $T$  d'un espace cartésien; on pourra considérer cet ensemble comme un espace abstrait  $(T)$ .

A tout point  $M$  de  $(T)$ , on fait correspondre dans chacun des deux plans  $P$  et  $\Pi$ , les demi-droites  $d, \delta$ , qui varient continûment avec  $M$ . Pour tout point  $M$ , la position mutuelle de  $P$  et  $\Pi$  est déterminée par la mise en coïncidence de  $d$  et  $\delta$ .

*Isométrie.* — Supposons qu'à tout point  $M$  de  $(T)$  on fasse correspondre de façon continue les points  $a$  de  $P$  et  $\alpha$  de  $\Pi$ . Les deux ensembles images de  $(T)$  sont dits *isométriques* sous les trois conditions suivantes :

1°  $M$  étant un point quelconque de  $T$ , pour tout point  $M'$  assez voisin de  $M$ , on a

$$\alpha\alpha'(1-\varepsilon) < aa' < \alpha\alpha'(1+\varepsilon) \quad (\varepsilon \text{ étant donné arbitrairement}).$$

2° Si  $M'$  et  $M''$  sont assez voisins de  $M$ , on a

$$-\varepsilon < \left( \overrightarrow{aa'} - \overrightarrow{aa''} \right) - \left( \overrightarrow{\alpha\alpha'} - \overrightarrow{\alpha\alpha''} \right) < \varepsilon.$$

Cette condition permet d'attacher, et d'une seule façon, un repère au point  $a$  et un repère homologue au point  $a'$ .

3° Pour tout point  $M'$  assez voisin de  $M$ ; puis  $M'$  étant choisi, pour tout point  $M''$  assez voisin de  $M'$ , on a

$$-\varepsilon < \left( \overrightarrow{aa'} - \overrightarrow{aa''} \right) - \left( \overrightarrow{\alpha'\alpha} - \overrightarrow{\alpha'\alpha''} \right) < \varepsilon.$$

Cette condition assure la continuité des repères définis par 2°.

Ces conditions ont été choisies en vue de l'étude cinématique, mais on peut, pour une définition générale de l'isométrie, choisir des conditions plus ou moins larges, par exemple la seule condition 1°.

Nos trois conditions sont indépendantes. Par exemple, la condition 1°, même renforcée par une condition d'uniformité, n'entraîne pas 2°.

Soit en effet un arc simple rectifiable  $C$ , tel que pour tout couple  $M_1, M_2, \frac{M_1 M_2}{M_1 M}$  tende uniformément vers 1 quand  $M_1, M_2$  tend vers zéro. Cette condition n'entraîne nullement l'existence d'une tangente en tout point. Nous avons construit un tel arc  $C$ , ayant à une extrémité un point spirale, à l'autre extrémité un contingent formé par un angle aigu, et sur lequel les points de non-existence pour la tangente sont partout denses.

Supposons maintenant pour simplifier que le paramétrage par  $T$  établisse



entre ses images planes une homéomorphie. Une définition de l'isométrie étant adoptée, on peut se proposer de rechercher les ensembles isométriques d'un ensemble donné  $F$ . On dira que  $F$  est *rigide* s'il est superposable à tous ses ensembles isométriques : par exemple, un domaine fermé est rigide. *Nous avons construit des continus jordaniens sans points intérieurs qui sont rigides, même sous la seule condition 1° d'isométrie.*

Toujours sous la seule condition 1°, on montre que deux arcs isométriques ont même longueur au sens classique. L'isométrie plus ou moins large pourrait donc servir de base à une définition de l'égalité des mesures de deux ensembles fermés, lorsque ceux-ci ont une mesure lebesguienne nulle, ou même lorsque ceux-ci ne sont pas mesurables.

#### ASTRONOMIE. — *Sur l'origine du système solaire.*

Note de M. ALEXANDRE DAUVILLIER, transmise par M. Ernest Esclançon.

L'hypothèse cosmogonique que nous proposons est basée sur les idées directrices suivantes :

1° Le problème de la genèse des planètes relève, non seulement de la mécanique céleste, mais aussi de l'électromagnétisme, car il met en jeu les propriétés électriques de la matière solaire.

2° Les problèmes apparemment distincts de l'origine de la Lune, des astéroïdes et des planètes, sont inséparables et exigent une solution commune, qui est recherchée dans la production de *paires* de planètes jumelles.

1. Le système solaire est caractérisé par sa planéité, la circularité des orbites, la faible masse de planètes distribuées selon une loi exponentielle de distance au Soleil (en tenant compte de la planète défunte d'Olbers), et la grandeur du moment de révolution des planètes comparé au moment de rotation du Soleil. Ces considérations plaident en faveur de la théorie des marées qui, de Buffon à Jeans, n'a cessé de se perfectionner. Le passage d'un astre troublant (étoile brillante ou obscure) au voisinage du Soleil sera d'une durée très courte du point de vue cosmogonique. Il s'accompagnera d'une déformation temporaire de cet astre selon un ellipsoïde de Jacobi, oscillation dont le résidu est cause de la période décennale. L'impulsion de rotation communiquée à cet ellipsoïde sera l'origine de la rotation différentielle actuelle. Le passage provoquera, en outre, l'émission, dans le plan des orbites, de deux jets radiaux antipodiques de matière photosphérique tournant avec lui, l'énergie de rotation du système étant empruntée à la force vive des deux corps célestes.

Mais cette matière est un *plasma* doué de viscosité, formé d'ions positifs et d'électrons, comparable à la foudre, à l'arc et à la lumière positive des tubes à vide. P. Villard a montré que ses propriétés électromagnétiques étaient celles d'un *conducteur* métallique chargé positivement. Elle est instable et a tendance



à se dissocier par explosion thermique et même à exploser, comme Liman Spitzer <sup>(1)</sup> l'a montré.

Nous devons donc rechercher un mécanisme assurant la stabilité temporaire des jets, tout en les fragmentant et les fixant dans le plan qu'ils balayent, selon la loi exponentielle, en transformant leur force vive en énergie de rotation.

Or la photosphère ne sera pas seule à subir l'effet de marée dû à l'astre troublant. La chromosphère, gaz ultra raréfié et dénué de viscosité, va subir une impulsion et une expansion qui feront décrire à ses ions positifs des trajectoires tournantes équatoriales dans le sens de la rotation. Celles-ci engendreront un champ magnétique extérieur au Soleil. La séparation magnétique des ions positifs et des électrons produira un champ électrique, faible mais étendu, accélérant ceux-ci. Ils décriront dans le plan équatorial magnétique des trajectoires spiralées de sens inverse. La charge spatiale positive ainsi créée assurera la stabilité des jets photosphériques et la concentration des spirales électroniques. En un mot, l'émission des deux jets photosphériques s'accompagnera de l'émission de deux *protubérances* enroulées dans le sens de la rotation et de deux *jets coronaux* complémentaires, issus des mêmes points, s'enroulant en sens inverse. La planéité du système sera assurée par le champ magnétique du Soleil qui, au total, demeurera électriquement neutre.

La loi de décroissance de ce champ avec la distance ne peut être prévue, puisqu'il est dû à des trajectoires réparties dans tout le plan du système solaire, mais, si les deux spirales électroniques symétriques sont des spirales logarithmiques, leurs points de rencontre avec les jets seront distribués selon une loi exponentielle. Au voisinage du Soleil seulement, la trajectoire sera nécessairement une spirale d'Archimède.

En chacun de ces points de rencontre, la matière photosphérique, subissant l'action du champ magnétique local dû au courant d'électrons, prendra un mouvement tourbillonnaire (analogue à la rotation magnétique de l'arc ou à celle des rayons de l'aurore polaire). Une partie de cette matière sera ainsi fixée en chacun de ces points et, conservant son mouvement tangentiel, produira une masse gazeuse en révolution, en forme d'ellipsoïde de Jacobi. Chacune des deux spirales logarithmiques fixera ainsi radialement, après une rotation de cinq spires, dix masses gazeuses qui donneront ultérieurement naissance aux dix planètes rangées de Mercure à Pluton. Le problème comportant deux variables indépendantes, le moment magnétique apparent et temporaire du Soleil et l'énergie des électrons solaires, demeure cependant indéterminé <sup>(2)</sup>.

Les jets coronaux auxquels nous faisons appel pour fixer la matière photo-

---

<sup>(1)</sup> *Astr. Journ.*, 90, 1939, pp. 675-688.

<sup>(2)</sup> A. DAUVILLIER, *Arch. Sc. Phys. et Nat.*, 5<sup>e</sup> série, 24, janv.-fév. 1942, pp. 5-24.



sphérique ont déjà été invoqués par H. Deslandres et K. Birkeland pour rendre compte du retard variable constaté entre le passage au méridien d'un centre troublant solaire et le début de la perturbation électromagnétique terrestre associée. Nous avons nous-même observé en 1933, au Scoresby-Sund, un effet attribuable à la rotation de  $\pi$  d'un tel jet.

II. Les planètes jumelles, décrivant des orbites peu dissymétriques et sécantes autour du Soleil, se rencontreront au bout d'un temps très court, les durées de révolution étant négligeables du point de vue cosmogonique. Les phénomènes accompagnant cette rencontre dépendront de leur masse, conditionnant leur état physique à cette époque.

1° Les grosses planètes, encore au stade pseudo-stellaire, verront leur réunion s'accompagner de marées reproduisant en petit les phénomènes ayant donné naissance aux planètes, lors du passage de l'astre troublant à proximité du Soleil. Il en résultera la formation de couples de satellites jumeaux, caractérisés par une loi exponentielle de distance à la planète. C'est ainsi que Jupiter possède 4 satellites : I, II, III, IV; Saturne, 5 : I, II, III, IV, V; Uranus, 4. Tous les autres sont des astéroïdes capturés. La rotation différentielle des grosses planètes a ainsi la même origine que celle du Soleil.

2° Les petites planètes, comme Vénus et la Terre, de masses mille fois moindres, déjà liquéfiées, ne pourront plus produire de satellites normaux. Mais la réunion de deux ellipsoïdes fluides aplatis, pourra, *sous une incidence favorable*, s'accompagner d'un accroissement de la vitesse de rotation engendrant le *piroïde* de H. Poincaré, se scindant et évoluant selon la théorie de G. H. Darwin. Il en résultera la formation du « satellite » exceptionnel qu'est la Lune. Ceux de Mars seront aussi, pour maintes raisons, des astéroïdes capturés.

3° Enfin la rencontre tardive, par suite de leur petitesse, des deux astres minuscules qui devaient constituer la planète d'Olbers, a trouvé ceux-ci complètement solidifiés et arrivés au terme de leur évolution chimique et minéralogique. Les forces de marée ont provoqué leur rupture et ils ont donné naissance à la presque totalité de la matière *solide* dispersée dans le système solaire (astéroïdes, météores, comètes, poussière cosmique), à l'exception des étoiles filantes excédant la vitesse parabolique.

La circularité remarquable des orbites des grosses planètes est une conséquence, comme M. H. Camichel nous l'a fait remarquer, de la *combinaison* des deux orbites primitivement elliptiques des planètes jumelles. La non-coplanéité absolue de celles-ci a provoqué une inclinaison croissante des axes de rotation résultants. L'excentricité et l'inclinaison de l'orbite de Pluton suggèrent que, dans ce cas extrême, les deux composantes ne se sont peut-être pas encore rencontrées et qu'une seconde planète demeure à découvrir. Enfin, les caractères des orbites des astéroïdes et des comètes résultent, naturellement, des



perturbations subies par le passage des petits fragments au voisinage des gros, dont les orbites sont encore presque sécantes dans le cas de Cérès et de Pallas.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Procédé de détermination des longueurs d'onde effectives des étoiles par mesures stéréoscopiques*. Note de M. JEAN RÖSCH, présentée par M. Bernard Lyot.

Poursuivant l'étude des applications astronomiques des mesures stéréoscopiques (<sup>1</sup>), j'ai mis au point un procédé de détermination des longueurs d'onde effectives qui s'est révélé commode et précis.

Qu'on place devant l'objectif une grille (Hertzsprung) (<sup>2</sup>) ou un prisme de petit angle ne couvrant que le centre (von Klüber) (<sup>3</sup>), les méthodes actuelles consistaient à photographier un spectre très peu étendu de l'étoile et à mesurer la distance du point le plus dense, ou du point moyen (il est difficile de préciser), au centre de l'image non déviée.

La méthode que j'emploie consiste, sous sa forme la plus simple, à placer, devant chacun des objectifs d'un appareil stéréoscopique ordinaire, un prisme de petit angle, les arêtes étant parallèles et tournées vers l'extérieur. Si la source est rouge, les points moyens des spectres droit et gauche sont plus écartés que si elle est blanche. L'examen du cliché au stéréoscope montre donc les étoiles en apparence d'autant plus éloignées qu'elles sont plus rouges. L'effet, lorsqu'on regarde ainsi une photographie d'un champ assez dense, est saisissant. Les avantages essentiels de la méthode sont :

1° *Sa précision*. — A défaut d'un appareil de mesure de haute précision non encore construit, j'ai pu réaliser sur banc d'optique un montage de fortune présentant les organes principaux d'un télémètre stéréoscopique, et mesurer ainsi des étoiles jusqu'à la magnitude photographique 8,9 sur un cliché pris avec une heure de pose au moyen d'un appareil ordinaire de format  $6 \times 13$ , de 85<sup>mm</sup> de foyer et 15<sup>mm</sup> d'ouverture utile. J'ai porté en abscisses, sur un graphique, les types spectraux donnés par le *Henry Draper Catalogue* et en ordonnées les rotations de la lame à faces parallèles qui sert à assurer la coïncidence stéréoscopique de l'étoile avec un repère. Chaque étoile est figurée par un rectangle dont la largeur occupe toute la sous-classe, et dont la hauteur est égale au double de l'erreur probable sur un pointé (déterminée d'après la dispersion de 10 pointés).

On constate non seulement qu'il est possible de tracer une courbe traversant

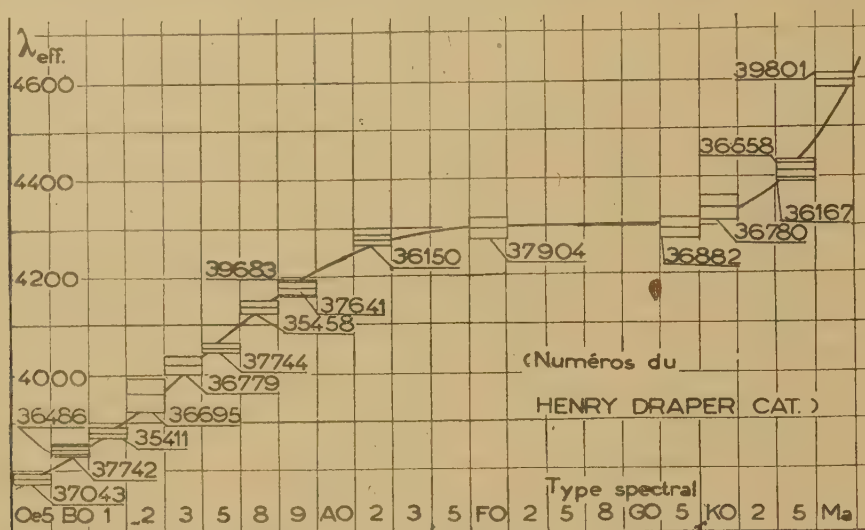
(<sup>1</sup>) *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 530.

(<sup>2</sup>) *Publikationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam*, 22, n° 63, 1913.

(<sup>3</sup>) *Astronomische Abhandlungen*, 5, n° 1, 1925.



bien tous les rectangles, à peu près rectiligne de Oe5 à A2, présentant un palier de A5 à G0, puis s'élevant rapidement jusqu'à Ma, mais encore que cette courbe rencontre toujours l'ordonnée moyenne des 10 pointés à l'intérieur du rectangle. Autrement dit, abstraction faite du palier, la mesure fournit sans ambiguïté le type spectral. L'allure de la courbe est la même que celle obtenue



à Greenwich<sup>(\*)</sup>. Connaissant la dispersion des prismes employés et supposant le palier à 4300 Å, j'ai pu passer des déviations aux longueurs d'onde effectives. J'ai trouvé un étalement plus grand que celui qui résulte des mesures de Greenwich, surtout vers les courtes longueurs d'onde : 4600 Å contre 4560 Å pour Ma, mais 3800 Å contre 4100 Å pour Bo. C'est évidemment la sensibilité spectrale des plaques qui intervient. Il n'en reste pas moins que la relation entre le type spectral et le résultat de la mesure est très étroite. L'erreur probable sur une moyenne de 10 pointés est de l'ordre de 3 Å, bien que le dispositif de mesure soit très sommaire.

Cette précision confirme le fait qu'un pointé stéréoscopique sur un objet diffus perd beaucoup moins, en précision, qu'un pointé géométrique monoculaire, bissection par un fil, par exemple. On peut même remarquer que, dans le cas présent, on a à fusionner deux petites taches symétriques par rapport au plan médian, donc dissymétriques au point de vue stéréoscopique. L'expérience montre que la fusion n'en est guère gênée; mais on peut prévoir qu'il y aura, quant à la précision, un optimum de dispersion et de grossissement d'observation tel que l'étalement des pointés soit le plus grand possible, sans que cependant cette dissymétrie devienne prohibitive.

(\*) *Determination of effective wave-lengths of stars made at the Royal Observatory of Greenwich, London, 1926.*



2° *Sa portée.* — J'ai photographié l'amas globulaire NGC. 5272 (Messier 3) au foyer de l'instrument de la Carte du Ciel, en plaçant un prisme de flint de 10° à 4<sup>cm</sup> en avant de la plaque, et exposant successivement chaque moitié de celle-ci, le prisme étant tourné de 180° entre les deux poses. En deux fois 50 minutes, j'ai obtenu des étoiles de 16<sup>e</sup> grandeur, dont il sera par conséquent possible d'avoir le type spectral, ce que leur faible éclat et aussi leur grand nombre sur un petit espace rend impossible par toute autre méthode.

On peut donc compter avoir ainsi les types spectraux d'étoiles extrêmement faibles. La méthode s'applique en effet à n'importe quel instrument avec une très grande facilité, puisqu'il suffit d'un prisme de même dimension que le champ à photographier. La construction de l'appareil de mesure ne présentera pas plus de difficultés que celle d'un télémètre stéréoscopique. On pourrait, par exemple, employer les instruments de la Carte du Ciel avec des prismes  $12 \times 12^{\text{cm}}$  pour couvrir des plaques  $12 \times 24^{\text{cm}}$ , et avoir dans le champ un certain nombre d'étoiles du *H. Draper Catalogue* qui serviraient de repères pour l'établissement d'un catalogue plus étendu, toutes précautions étant prises quant à la relation admise entre la longueur d'onde effective et le type spectral (émulsion, absorption atmosphérique etc.).

La précision du procédé permet d'envisager également la mesure des vitesses radiales des spirales. Admettons 4300 Å comme longueur d'onde effective vraie de ces objets; cette longueur d'onde sera déplacée par l'effet Doppler avec toute la courbe d'énergie; en supposant la sensibilité spectrale de la plaque constante dans cette région, on voit que l'erreur probable sur une moyenne de 10 pointés correspondra à  $\pm 200$  km/sec. C'est presque la précision du spectrographe Rayton du Mont-Wilson. Mais la 17<sup>e</sup> grandeur, avec le télescope de 100 pouces, serait atteinte en deux poses de quelques minutes, au lieu de 20 heures, et deux poses de 10 heures donneraient sans doute la 22<sup>e</sup> grandeur. Notons que, si l'hypothèse de l'Expansion de l'Univers est exacte, un cliché contenant un grand nombre de spirales doit montrer au stéréoscope, puisque l'éloignement apparent est, comme l'éloignement réel, proportionnel à la vitesse radiale, *la configuration spatiale de l'Univers telle qu'elle est en réalité.*

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'édification d'une géométrie ondulatoire.*

Note (1) de M. JEAN ROUBAUD-VALETTE.

1. *Géométrie ondulatoire.* — Une géométrie est un cadre dans lequel vient s'insérer une représentation des phénomènes. La structure même de ce cadre est imposée par la nécessité d'accorder la représentation avec la description spatio-temporelle des faits. La géométrie euclidienne correspond à la

(1) Séance du 27 avril 1942.



mécanique classique; celle de Riemann à la mécanique de la relativité. Les deux représentations ont même axiomatique et peuvent être amenées à coïncider localement. Pour décrire les phénomènes quantiques, il est nécessaire de retoucher les axiomes mêmes tout en gardant un cadre *en moyenne* euclidien.

Un état est un ensemble de grandeurs  $q_i$  et  $p_i$  qui évoluent en fonction d'un paramètre  $\varepsilon$ , liées par  $P_i = (\partial L / \partial Q_i)$ , où  $L$  est l'invariant d'évolution tel que  $\oint_0^\varepsilon L d\varepsilon = 0$  donne la description du phénomène. On définit le conjugué du paramètre par  $H d\varepsilon = \sum P_i dQ_i - L d\varepsilon$ . Pour M. Dirac,  $\varepsilon \simeq c.t$  et  $H \simeq E$ . Pour M. Neumann,  $\varepsilon \simeq$  temps propre  $s$ ,  $H \simeq m_0 c^2$  énergie propre. Nous avons utilisé dans nos travaux antérieurs  $\varepsilon \simeq \sigma$  intervalle d'univers à cinq dimensions,  $H \simeq \mu_0 c^2$ , où  $\mu_0 c = (k/2\pi R)$ .

La géométrie correspondant à la mécanique ondulatoire s'établit en considérant l'espace temps comme formé par la fusion de deux sous-espaces.

Au vecteur  $x, y, z, t$ , on fait correspondre les deux demi-vecteurs  $\vec{a}$  et  $\vec{a}^*$  ( $\vec{a} = l_0 d_0 + l_1 d_1 + l_2 d_2 + l_3 d_3$ ). La structure de l'espace  $l$  est telle que

$$\frac{dl_j}{dx^i} = l_j \frac{d\varphi}{dx^i} \quad \text{d'où} \quad \frac{dl_j a_j}{dx^i} = l_j \frac{da^i}{dx^i} + l_j a_j \frac{d\varphi}{dx^i}.$$

Tout se passe comme si les  $l_j$  étaient constants et si  $\vec{a}$  devenait  $\varphi = \vec{a} e^{\varphi}$  [ $\varphi$  imaginaire  $= (2\pi i/k) \cdot \lambda$ ]; de même  $dl_j^* / dx^i = -l_j^* (d\varphi / dx^i)$ . Pour établir la correspondance, on utilise les dyadiques  $\alpha_K$  de la forme  $\alpha_K = \sum' \varepsilon_{ij}^K l_i l_j^*$  ou  $\varepsilon_{ij}^K = 0$ , ou  $\pm 1$  ou  $\pm i$ .

Chaque dyade  $\varepsilon_{ij}^K l_i l_j^*$  a un sens opératoire dans l'espace complexe  $e, e^*$  (réflexions diverses, passage de l'un des espaces dans l'autre par  $\pm i, \dots$ ).

On écrit  $l = \vec{a}^* \cdot \mathcal{J} \cdot \vec{a}$  (scalaire);  $\lambda_K = \vec{a}^* \cdot \alpha_K \cdot \vec{a}$  (vecteur)  $I_{JK} = \vec{a}^* \cdot \alpha_J \alpha_K \cdot \vec{a}$  (tenseur antisymétrique du deuxième ordre) etc. Pour construire les tenseurs symétriques, il faut adjoindre aux dyadiques  $\alpha_K$  de nouvelles dyadiques  $\alpha'_K$  exprimant un nouveau mode de connexion interne des unités  $l_0, l_1, l_2, l_3$ .

*Exemple.* — Quaternions  $1 \simeq \mathcal{J} = l_0 l_0 + l_1 l_1 + l_2 l_2 + l_3 l_3$ ,

$$I \simeq (l_3 l_2 - l_2 l_3) + (l_0 l_1 - l_1 l_0),$$

$$J \simeq (l_1 l_3 - l_3 l_1) + (l_0 l_2 - l_2 l_0),$$

$$K \simeq (l_2 l_1 - l_1 l_2) + (l_0 l_3 - l_3 l_0);$$

avec  $IJ = K, \dots$

On voit que la connexion met à part l'axe des  $l_0$  et associe les rotations  $l_i, l_j$  aux rotations  $l_0, l_K$ .

Par inversion des premières rotations, on a

$$I_1 \simeq (l_2 l_3 - l_3 l_2) \pm (l_0 l_1 - l_1 l_0), \dots$$

tels que  $I_1 J_1 = -K_1$ . Le cadre dextrorsum est devenu sinistrorsum.



Prenons maintenant  $I' = (l_3 l_2 - l_2 l_3) - (l_0 l_1 - l_1 l_0), \dots$  (inversion de l'axe  $l_0$ ), on a  $I'J' = K', \dots$ , et  $II' = I'I, \dots$

Les tenseurs symétriques s'obtiennent par  $A_{12} = \vec{a}^* \cdot IJ' \cdot \vec{a}$  et  $A_{12} = \vec{a}^* \cdot I'J \cdot \vec{a}$ . On passe de la première représentation à la deuxième par l'opérateur  $\theta = (1/2)(II' + JJ' + KK' - I)$  tel que  $\theta^2 = I$ , car  $\theta IJ' = I'J, \dots$ . On a l'expression en dyades de  $\theta$  qui est  $l_0 l_0 - l_1 l_1 - l_2 l_2 - l_3 l_3$  ou  $2l_0 l_0 - \mathcal{J}$ , c'est bien une inversion de l'axe  $l_0$ .

Revenons au cas général : L'évolution du phénomène en fonction du paramètre est obtenue en fabriquant l'opérateur d'évolution par

$$m_0^2 c^2 + p_x^2 + \dots = \frac{w^2}{c^2} \quad \text{qui donne} \quad m_0 c \cdot ds + p x dx + \dots = \frac{w}{c} dt,$$

en choisissant  $t$  comme paramètre,  $m_0 c(ds/dt) + p x(dx/dt) + \dots = (W/c)$ . On fait correspondre à  $p_x^2 \simeq -(k/2\delta_i)(\partial/\partial x)$  et à  $(dx/dt)$  la dyadique structurale  $\alpha_i$ , etc. On a l'opérateur de M. Dirac ( $P_4 \mathcal{J} + P_c \alpha_i + \alpha_i m_0 c$ ) que l'on applique à  $\vec{a}$  en prenant le produit scalaire  $(P_4 \mathcal{J} + \dots) \cdot \vec{a}$ . On a

$$P_K \alpha_K = -\frac{k}{2\pi_i} \frac{\partial}{\partial x_K} \sum_{ij} \varepsilon_{ij}^K \cdot l_i l_j^*.$$

et

$$P_K \alpha_K \cdot \vec{a} = \sum_{ijr} \varepsilon_{ij}^K l_i l_j^* \cdot l_r a_r = \delta_{jr} \sum_i l_i \sum_r \left( P_K a_r - \frac{k}{2\pi_i} a_r \frac{d\varphi}{dx_K} \right).$$

On groupe les coefficients de  $l_i$  correspondant à tous les termes de l'opérateur et l'on obtient les équations d'évolution (ou les équations de Dirac) en annulant ces coefficients, ce qui exprime que le gradient généralisé  $(-P_4 \alpha_4 - P_i \alpha_i \alpha_i) \cdot \vec{a}$  est égal à  $m_0 c \mathcal{J} \cdot \vec{a}$ . L'opération est un recouvrement. Deux des composantes de  $\vec{a}$  sont arbitraires, les deux autres s'en déduisent par les équations d'évolution.

Si l'on établit la structure des  $l_j$  par  $\frac{\partial l_j}{\partial x^i} = l_j \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x^i} - \frac{e A_i}{c} \right)$  (1), on a les équations d'évolution en présence de champs.

Si l'on décompose le sous-espace  $l$  à quatre dimensions en deux sous-espaces  $E$ ,  $l$  à deux dimensions (2), l'un correspondant aux dimensions  $L, T, u$ , et l'autre aux directions.

On obtient la représentation par deux vecteurs, un dans chaque espace, une composante seule de chacun étant arbitraire. Les dyadiques peuvent se décomposer en produit  $\Gamma_1 I, \Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma$  correspondant aux dyades  $E_r E_s$  et  $I, J, K$  aux dyades  $lr l_s^*$ . L'opérateur  $M_{JK} = x_K \partial_J - x_J \partial_K$  ne commute pas avec  $H$ ,

(1) JEAN ROUBAUD-VALETTE, *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 771.

(2) JEAN ROUBAUD-VALETTE, *Comptes rendus*, 205, p. 1136.



$M_{JK}H - HM_{JK} \neq O$ , car  $M_{JK}$  produit un recouvrement dans l'espace  $E$ , mais une rotation de  $\pi$  dans l'espace  $I$ . On rétablit la commutation en ajoutant l'opérateur spin qui opère seulement dans  $I$  et transforme la rotation de  $\pi$  en rotation de  $2\pi$  radians et rétablit ainsi le recouvrement.

**ÉLECTRICITÉ.** — *Sur les propriétés électriques de lames minces de nickel recuites, en fonction de leur épaisseur.* Note <sup>(1)</sup> de M. **ANTOINE COLOMBANI**, transmise par M. Paul Langevin.

Les couches minces de nickel sont obtenues par pulvérisation cathodique dans l'hydrogène très pur, dans les mêmes conditions que celles signalées dans les Notes précédentes. Un grand nombre de couches de différentes épaisseurs ainsi préparées ont été recuites sous le vide à  $410^\circ$  pendant 5 mois. Durant cette période, nous avons retrouvé les phénomènes signalés <sup>(2)</sup>. De plus :

1° Au-dessous de  $220^{\text{m}\mu}$ , le recuit produit une augmentation de résistance (après retour à la température ambiante). Au-dessus de cette épaisseur le phénomène est inverse. Pour interpréter les variations de résistivité dues au recuit, on peut supposer qu'aux dépens du fond atomique continu se forment des granules sous l'influence de l'élévation de température. Un calcul et un schéma simples permettent de prévoir que, pour les faibles épaisseurs, il s'ensuit un accroissement de résistance. Au contraire, pour des épaisseurs supérieures à  $220^{\text{m}\mu}$ , les granules très nombreux venant au contact sous l'influence d'une élévation de température font nécessairement décroître la résistance.

2° La loi d'Ohm s'applique pour toutes les épaisseurs étudiées (au-dessus de  $40^{\text{m}\mu}$ ).

3° A chaque valeur de l'épaisseur correspond un coefficient de température  $\alpha$  déterminé. Entre 40 et  $500^{\text{m}\mu}$  celui-ci est une fonction linéaire de l'épaisseur. Au-dessous de  $220^{\text{m}\mu}$  la conductibilité des couches croît avec  $t$  (réversibilité à 2 % près). A  $220^{\text{m}\mu}$  le coefficient de température est sensiblement nul. Au-dessus de  $220^{\text{m}\mu}$  l'état métallique commence à se manifester. La conductibilité décroît avec la température, et jusqu'à  $500^{\text{m}\mu}$  elle croît aussi avec l'épaisseur. Au-dessus de  $500^{\text{m}\mu}$  le coefficient  $\alpha$  devient constant et du même ordre de grandeur que celui du métal usuel ( $4 \cdot 10^{-3}$ ).

La résistivité est un peu plus élevée, ce qui paraît normal pour un dépôt sous forme de poudre à grains très fins. L'analyse aux rayons X donne pour les fortes épaisseurs la structure cubique à faces centrées avec la maille classique  $3,52 \text{ \AA}$ , du nickel usuel.

<sup>(1)</sup> Séance du 8 avril 1942.

<sup>(2)</sup> *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 795.



Corrélativement les mesures d'absorption au microphotomètre indiquent que le pouvoir absorbant très faible ( $0,21$ ) et sensiblement constant au-dessous de  $90^{\text{m}\mu}$  (domaine des évolutions spontanées) croît brusquement à partir de  $100^{\text{m}\mu}$ , pour atteindre une valeur sensiblement constante ( $2,8$ ) dès l'apparition de l'état métallique.

Il semble bien qu'il y ait, en ce qui concerne la conductibilité et probablement aussi la structure, trois zones principales :

1° Au-dessous de  $220^{\text{m}\mu}$ , les dépôts ne possèdent pas les propriétés du métal ( $\alpha < 0$ ).

2° Entre  $220^{\text{m}\mu}$  et  $500^{\text{m}\mu}$ , apparition de l'état métallique avec variation progressive de la résistivité et du coefficient de température.

3° Au-dessus de  $500^{\text{m}\mu}$ , apparition de l'état métallique définitif, indépendant de l'épaisseur et possédant les caractéristiques du nickel usuel.

Il est à signaler que cette valeur critique  $220^{\text{m}\mu}$  est très voisine de celles ( $220^{\text{m}\mu}$  et  $200^{\text{m}\mu}$ ) données par Procopinu et Sorensen comme valeurs critiques du champ coercitif pour des dépôts de nickel sur verre (évap. thermique) ou sur laiton (galvanoplastie).

De plus cette valeur paraît tout à fait indépendante des ions du support. Que l'on étudie les propriétés électriques ou magnétiques, il semble bien que l'on se trouve devant un problème de structure.

RAYONS X. — *Monochromateur-focalisateur donnant un faisceau d'ouverture notable*. Note (1) de M. JEAN BARRAUD, présentée par M. Charles Mauguin.

Nous nous sommes proposé d'obtenir un faisceau monochromatique d'ouverture notable (plusieurs degrés), dont les rayons admettent une droite focale réelle, en utilisant la réflexion sélective sur une lame cristalline, courbée par application sur un cylindre d'axe parallèle à la droite focale, les plans réflecteurs étant eux-mêmes parallèles à cette droite.

Si l'on admet que tous les rayons sont perpendiculaires à l'axe du cylindre, il suffira d'étudier leur marche dans un plan de section principale.

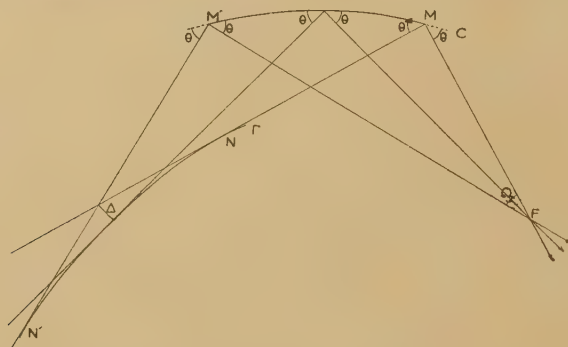
Soient (C) la courbe de section principale,  $\varphi$  l'angle de la trace des plans réflecteurs avec cette courbe,  $\theta$  l'angle de Bragg; les rayons réfléchis font avec la courbe (C) l'angle  $\alpha = \varphi + \theta$ . En général, ces rayons admettent une caustique, mais si la courbe (C) est une *spirale logarithmique*. (2) de constante  $m = \cotg \alpha$ , cette caustique se réduit à un point F, pôle de la spirale

(1) Séance du 13 avril 1942.

(2) M. Maurice de Broglie a le premier envisagé la possibilité d'utiliser une spirale logarithmique comme directrice du cylindre réflecteur, à cette légère différence près qu'il s'agissait de former une image monochromatique large d'une source ponctuelle (*Comptes rendus*, 1914, p. 944; *Journal de Physique théorique et appliquée*, 4, 1914, p. 265).



logarithmique. On démontre facilement que les rayons incidents enveloppent un arc MN d'une spirale logarithmique ( $\Gamma$ ) de même constante  $m$  et de même pôle F que la spirale (C). (La figure a été faite dans le cas où  $\varphi = 0$ : plans réflecteurs parallèles aux faces de la lame.) Pour une ouverture donnée  $\Omega$ ,



le faisceau incident admet une zone de largeur minima  $\Delta$  (aberration). La source peut être placée arbitrairement, pourvu qu'elle coupe tous les rayons incidents, mais il est évident que sa largeur doit être au moins égale à  $\Delta$ .

Pour le faisceau incident, comme pour le faisceau réfléchi, il faut tenir compte en toute rigueur de certaines aberrations secondaires dont les deux principales proviennent, l'une de ce que la réflexion se produit jusqu'à une certaine profondeur dans la lame cristalline, l'autre de ce qu'il existe toujours des rayons plus ou moins obliques sur les plans de section droite. Mais le calcul montre que ces aberrations, qui d'ailleurs sont pratiquement indépendantes de l'ouverture, restent toujours faibles.

Les caractéristiques du monochromateur-focalisateur réalisé sont les suivantes :

lame cristalline : quartz; la réflexion a lieu sur une face naturelle  $p(10\bar{1}1)$ <sup>(2)</sup>; longueur de la lame, 80 mm;

$\lambda = 1,54 \text{ \AA}$ ; (Cu K $\alpha$ );  $\theta = 13^\circ 19'$ ;  $m = 4,22$ ;

ouverture du faisceau,  $\Omega \sim 7^\circ$ ;

largeur minima de la source,  $\Delta \sim 1 \text{ mm}$ , 7.

Lorsqu'on place une surface sensible, aussi rigoureusement que possible au foyer F, on obtient distinctement les deux composantes du doublet K $\alpha_1$  — K $\alpha_2$  distantes l'une de l'autre de 0 mm, 12 environ.

Rappelons que la plupart des monochromateurs réalisés jusqu'ici, employés également comme spectrographes, utilisent un cylindre de révolution. L'aberration du faisceau réfléchi, égale à l'aberration du faisceau incident, est alors donnée par la formule

$$\Delta = R \cos(\theta + \varphi) \times \left[ \sec \frac{\Omega}{2} - 1 \right] \sim R \cos(\theta + \varphi) \times \frac{\Omega^2}{8}$$

<sup>(2)</sup> L'emploi d'une face naturelle semble donner une meilleure définition de la raie qu'une face doucie.



( $R$  : rayon du cylindre). On voit qu'elle croît rapidement en fonction de l'ouverture.

Toutefois, deux dispositifs donnent un faisceau stigmatique :

1° celui de M<sup>lle</sup> Y. Cauchois (<sup>4</sup>). Le stigmatisme du faisceau incident est rigoureux si  $\theta + \varphi = 90^\circ$ ;  $\theta$ , et par conséquent la longueur d'onde  $\lambda$ , pour lesquels la focalisation est réalisée, ne peuvent être choisis d'avance puisque  $\varphi$ , imposé par la nature de la lame, ne prend que des valeurs discontinues. De plus, le foyer-objet étant virtuel, la source doit avoir une largeur au moins égale à la longueur utile de la lame;

2° celui de T. Johansson (<sup>5</sup>). Le stigmatisme du faisceau réfléchi et du faisceau incident est réalisé quelle que soit la longueur d'onde. La lame doit être taillée suivant un cylindre de rayon  $2R$  avant application sur le cylindre de rayon  $R$ , ce qui exclut l'emploi d'une face naturelle.

L'une et l'autre constituent de remarquables spectrographes pour de petites ouvertures angulaires.

Utilisé comme monochromateur, le dispositif décrit ici présente les particularités suivantes :

1° la lame cristalline est initialement *plane* : d'où possibilité d'employer une face cristalline naturelle ou un cristal non susceptible d'être taillé;

2° le faisceau réfléchi est rigoureusement focalisé, quelle que soit l'ouverture, pour une valeur de  $\lambda$  choisie *arbitrairement*;

3° l'aberration étant nulle quelle que soit l'ouverture, celle-ci n'est plus limitée que par la longueur maxima et le rayon de courbure minimum compatibles avec la nature de la lame (un monochromateur d'ouverture voisine de  $30^\circ$  est en cours d'étude);

4° l'aberration du faisceau incident, qui conditionne la largeur minima de la source, reste assez faible pour permettre l'utilisation d'un foyer cathodique de dimensions admissibles.

Le faisceau obtenu a été utilisé à l'étude des déformations des réseaux cristallins (lame de mica soumise à une traction, lame piézoélectrique placée dans un champ électrique...) au moyen de diagrammes ne nécessitant, du fait de l'ouverture de faisceau, aucune rotation de la substance ni de la surface sensible.

#### RADIOACTIVITÉ. — Dosage de l'actinium par l'actinium K.

Note de M<sup>lle</sup> MARGUERITE PEREY, présentée par M. Aimé Cotton.

La détermination de la quantité d'actinium contenue dans un produit se fait par la mesure de l'intensité du rayonnement  $\beta$  émis par  $Ac\ B + Ac\ C''$ . Les

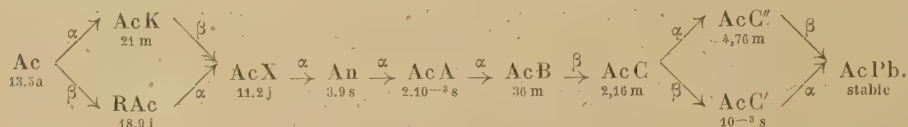
(<sup>4</sup>) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 362; *Thèse*, Paris, 1933.

(<sup>5</sup>) *Zeitschrift für Physik*, 82, 1933, p. 507.



produits actinifères contiennent du radioactinium Ac X, An, dépôt actif, en quantités variables, suivant l'état d'équilibre de l'actinium avec ses dérivés. La mesure de l'activité se faisant sur des produits en équilibre radioactif, trois mois sont nécessaires pour connaître les résultats d'un traitement ou d'un fractionnement de terres rares actinifères.

La méthode de dosage de l'actinium que nous allons décrire permet, en moins d'une heure, de déterminer, quel que soit le stade de l'évolution radioactive, la teneur en actinium, par l'intermédiaire de l'actinium K (1) :



Une faible partie, 1 % environ, des atomes d'actinium se désintègre par émission  $\alpha$  en Ac K : élément 87, émetteur  $\beta$  de période 21 minutes.

On prélève dans le produit à doser une quantité correspondant à 0<sup>g</sup>,100 d'oxydes que l'on met en solution par un très léger excès d'acide chlorhydrique ou nitrique. La solution chaude est additionnée de carbonate de soude, également en léger excès. Le produit est très rapidement filtré et lavé, l'heure de la fin de la filtration est notée comme  $t_0$ . Cette opération ne doit durer que deux à trois minutes. Le précipité de carbonate doit contenir la totalité de l'actinium et de ses dérivés, à l'exception de Ac K et Ac C''. Il importe de séparer très complètement Ac X qui pourrait rester en solution, car la quantité d'Ac K à mesurer est très faible par rapport à celle d'Ac X en équilibre avec Ac. D'autre part, Ac C'' T = 4,76 m doit être éliminé.

Pour cela, on porte la solution à l'ébullition, le léger excès de CO<sup>2</sup>Na<sup>2</sup> est décomposé par HCl, on ajoute ensuite une goutte d'une solution saturée de chromate de potassium, deux gouttes de solution saturée de chlorure de baryum et de l'ammoniaque jusqu'à alcalinité.

Le chromate de baryum précipite avec Ac X qui aurait pu rester en solution, ainsi que Ac C'', isotope du thallium, Tl<sup>+</sup>.

Après filtration et lavage du chromate de baryum, la solution est rapidement évaporée dans une boîte de Pétri en pyrex de 10<sup>cm</sup> de diamètre.

Ac K, contenu avec très peu de matière dans cette boîte, est mesuré par son rayonnement  $\beta$ , on suit sa décroissance, T = 21 min., et l'on extrapole à l'origine, ce qui donne, à  $t_0$ , la valeur de l'Ac K qui se trouvait à l'équilibre avec Ac.

10 à 15 minutes séparent la première mesure de la filtration des carbonates.

Dans des conditions expérimentales données, dix dosages effectués sur des

(1) M. PEREY, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 97; *Journ. Phys. et Radium*, 10, 1939, p. 435.

produits d'origines et d'intensités différents ont montré que l'on a

$$\frac{\beta \text{AcK}}{\beta \text{Ac} + \text{dérivés à l'équilibre}} = 0,0041 \pm 0,0002.$$

Dans des conditions de mesures déterminées, le rapport entre l'intensité du rayonnement  $\beta$  de l'Ac K et l'intensité de celui de l'actinium en équilibre avec ses dérivés étant constant, la mesure de l'Ac K permettra un dosage rapide de l'actinium.

MÉTÉOROLOGIE. — *Les discontinuités de la haute atmosphère mises en évidence par la photométrie crépusculaire.* Note <sup>(1)</sup> de MM. JUNIOR GAUZIT et RAYMOND GRANDMONTAGNE, transmise par M. Charles Fabry.

L'un de nous a montré récemment <sup>(2)</sup> que la brillance du ciel au zénith, mesurée en lumière rouge (longueurs d'onde comprises entre 5800 et 9000 Å), présente de brusques discontinuités dans sa décroissance au cours du crépuscule : la courbe qui donne les variations de la magnitude du ciel en fonction de la dépression solaire  $U$  est formée, lorsque  $U$  varie de  $5^\circ$  à  $18^\circ$ , de quatre portions de droites se coupant à angles vifs. L'existence de ces angles est établie avec certitude, car on a déterminé de 12 à 16 points dans chaque intervalle de un degré de dépression polaire. Le tableau suivant indique les pentes et les limites des droites, ainsi que l'altitude de la limite de l'ombre portée par la Terre sur la verticale du lieu d'observation. Nous donnons l'altitude du rayon passant au-dessus de la *vasé atmosphérique*, supposée épaisse de  $3^{\text{km}}$ ; nous considérons que c'est l'altitude probable des discontinuités atmosphériques. Les limites sont un peu variables d'un jour à l'autre, nous l'avons également indiqué.

Limites des droites : dépressions solaires en degrés.	Altitude de la limite de l'ombre (rayon d'altitude minimum $3^{\text{km}}$ ).	Pente des droites en	
		magnitude par degré.	logarithmes naturels par radian.
$5^\circ$ .....	—	1,5	—79,3
$8^\circ 20' \pm 0^\circ 30'$ .....	$57,5 \pm 7^{\text{km}}$		
$10^\circ 30' \pm 0^\circ 30'$ .....	$94 \pm 10^{\text{km}}$	0,83	—43,8
$13^\circ 30' \pm 0^\circ 30'$ .....	$161 \pm 12^{\text{km}}$	0,35	—18,8
$18^\circ$ .....	—	négligeable	

Nous proposons ici une interprétation de ces discontinuités.

On peut calculer, pour un point de raccordement de deux droites observées, la variation de pente  $p' - p$ ; la diffusion secondaire, supposée continue, n'intervient pas dans la différence. On obtient, en logarithmes naturels par radian,

$$p' - p = \frac{h + a}{T} \left[ \gamma - \gamma' + (M - M') \frac{g}{R} \right] \tan U,$$

(<sup>1</sup>) Séance du 30 mars 1942.

(<sup>2</sup>) R. GRANDMONTAGNE, *Thèse*, Paris, 1941; *Annales de Physique*, 16, 1941, p. 253; *Cahiers de Physique*, n° 3, 1941, p. 39.



où  $a$  est le rayon terrestre,  $h$  et  $T$  sont l'altitude et la température absolue du point de la verticale situé à la limite de l'ombre de la Terre;  $\gamma$  désigne le gradient de température  $dT/dh$ ,  $M$  ou  $M'$  la masse d'air occupant le volume moléculaire;  $R$  est la constante des gaz parfaits,  $8,3 \cdot 10^7$  et  $g$  l'accélération de la pesanteur.

On voit que les coudes observés sont dus à des discontinuités de la densité de l'air produites par une brusque variation soit du gradient thermique, soit de la composition de l'air.

Nous supposons que la variation du gradient thermique suffit pour expliquer la première discontinuité. En effet, un ensemble de faits tels que l'observation des météores, la propagation du son à grande distance, les déterminations de la *température de l'ozone atmosphérique* concordent pour montrer la vraisemblance d'un maximum de température vers 50 ou 60<sup>km</sup>. La photométrie crépusculaire apporte une nouvelle preuve et quelques précisions : il s'agit d'un maximum aigu ressemblant à un point anguleux; mais la chute de gradient thermique est moins forte que celle admise par Martyn et Pulley <sup>(3)</sup>. Nous trouvons une variation  $\gamma - \gamma' = 16,5$  au lieu de 23,3 degrés par kilomètre. L'altitude est donnée par le tableau : 57<sup>km</sup>,  $5 \pm 7$ . Martyn et Pulley indiquent un minimum aigu de température à 82<sup>km</sup>. L'existence d'un point anguleux à cette altitude ne se manifeste pas dans les mesures crépusculaires.

Nous considérons que la deuxième discontinuité est liée à la rapide dissociation des molécules en atomes vers 95<sup>km</sup>. On admet généralement que, vers cette altitude, l'oxygène se dissocie graduellement en atomes; mais l'un de nous a récemment exposé <sup>(4)</sup> les raisons théoriques qui conduisent à penser que l'azote lui-même est dissocié dans la haute atmosphère. Les raisons de cette dissociation et la probabilité d'une étroite frontière entre les régions atomique et moléculaire seront étudiées dans une autre publication : alors que les causes de dissociation sont vraisemblablement différentes pour les molécules d'azote et d'oxygène, il est surprenant *a priori* que les deux gaz se dissocient à la même altitude, mais on montrera que le degré de dissociation dépend beaucoup moins de l'intensité de l'action dissociante que de la fréquence des processus de recombinaison par chocs triples, et ces derniers décroissent extrêmement vite pour les deux gaz vers 100<sup>km</sup>. Nous croyons précisément trouver dans la deuxième discontinuité du ciel crépusculaire une confirmation du fait que l'atmosphère passe brusquement, vers 95<sup>km</sup>, de l'état moléculaire à l'état atomique. La variation de pente observée montre que ce passage est probablement accompagné d'une brusque élévation du gradient thermique, ce qui n'est pas surprenant puisque les atomes et les molécules ont des propriétés absorbantes différentes.

<sup>(3)</sup> *Proceedings Royal Soc., A*, 154, 1936, p. 455.

<sup>(4)</sup> J. GAUZIT, *Comptes rendus*, 213, 1941, p. 695.

Enfin la seule hypothèse qui paraisse vraisemblable pour expliquer la troisième discontinuité est celle d'un maximum aigu de température vers 160<sup>km</sup>.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Comparaison des mesures de radioactivité de l'air et de radiation pénétrante d'origine terrestre au Pic du Midi, au Puy de Dôme et dans la région de l'île Disko, Groënland N-W.* Note de M. HUBERT GARRIGUE, présentée par M. Charles Maurain.

On sait que l'émanation du radium qui prend naissance dans l'intérieur du sol, peut, en certaines circonstances, se dégager par les fissures de la croûte terrestre (1).

En montagne, de façon générale, lorsque la couche de neige est suffisamment épaisse et par conséquent plus étanche que le sous-sol, lorsque les conditions dynamiques (surpression causée par le vent sur la face la moins enneigée de la montagne) et thermiques sont convenables (air libre plus froid que l'air souterrain), l'émanation du radium se collecte et s'accumule en certains points sous la couche de neige, ou se dégage abondamment dans l'atmosphère, sur les parties terminales de la montagne (2).

On conçoit que, lorsque le sous-sol, pour une raison quelconque, possède une grande étanchéité, ces deux phénomènes sont atténués ou même complètement effacés. C'est ce que j'ai observé dans les régions du Puy de Dôme et de l'île Disko, Groënland N-W. L'appareil que j'utilise pour ces recherches (3) me permet également de mesurer la radiation globale pénétrante, d'où je déduis la radiation radioactive d'origine terrestre.

Voici un tableau résumé des résultats obtenus jusqu'ici :

Lieu et époque.	R.	T <sub>1</sub> .	T <sub>2</sub> .
<i>Pic du Midi.</i>			
Environs du Pic { Hiver.....	9.	0,01 à 0,07.10 <sup>-9</sup>	1 à 100.10 <sup>-13</sup>
1934-1941 { Été.....	2	—	Inférieur à 10 <sup>-13</sup>
<i>Puy de Dôme.</i>			
Laboratoire.....	12	—	20.10 <sup>-13</sup>
Souterrain de la tour d'observation.	10 à 20	—	300 à 660.10 <sup>-13</sup> (*)
Environs (mars-avril 1942).....	10	0,0004.10 <sup>-9</sup>	10 <sup>-13</sup>
<i>Groënland N-W (70° latitude).</i>			
Environs de Godhavn.....	Inférieur à 1	0,000005.10 <sup>-9</sup>	Non mesurable
Galeries de mines de houille de Krutlissat.....	2	—	24.10 <sup>-13</sup>
Lèvre W du glacier de Lyngmark (1938-1939).....	Inférieur à 1	Non mesurable	Non mesurable
R, radiation pénétrante d'origine terrestre en ions/cm <sup>2</sup> et par sec., à 760 <sup>mm</sup> et 15° C.			
T <sub>1</sub> , teneur de l'air sous la neige en curie par litre, à 760 <sup>mm</sup> et +15° C.			
T <sub>2</sub> , » » libre. » » » » »			
(*) avec maximum par fort vent d'W.			

(1) HUBERT GARRIGUE, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 764.

(2) HUBERT GARRIGUE, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 414; *Thèse*, Paris, juin 1936.

(3) *Journal de Physique*, S. VII, 1936, p. 1071.



La comparaison de ces différents résultats permet de dégager les conclusions suivantes :

Les plus fortes accumulations d'émanation du radium sous la couche de neige et les plus abondants dégagements se présentent dans les montagnes dont le sol est profondément fissuré (Pic du Midi).

Au Puy de Dôme au contraire, ce phénomène d'accumulation est négligeable. Également, la teneur en émanation de l'air libre y est très faible; ce n'est que dans un endroit très particulier que l'on peut en trouver une valeur assez élevée : la galerie souterraine de la tour d'observation, où l'air est tout à fait stagnant. Cependant la radiation radioactive d'origine terrestre y reste importante : le sous-sol est donc radioactif, très probablement de façon normale, mais la partie superficielle est très peu perméable : elle doit être fortement colmatée par les infiltrations boueuses.

Enfin, dans la région de Disko (Groënland N-W, 70° de latitude), la radioactivité de l'air libre et de l'air inclus sous la couche de neige est très faible et souvent non mesurable : c'est que le sous-sol gelé est entièrement étanche; on trouve dans les parois de sable aggloméré gelé et de houille des galeries souterraines de mines de Krutlissat, les fissures obturées par des filons de glace fossile.

Il semble seulement difficile d'admettre que l'extrême petitesse de la radiation radioactive d'origine terrestre, dans cette région, soit due à une teneur en radium anormalement faible des matériaux du sous-sol.

Océanographie. — *Variation de la température et de la salinité de l'eau de mer à Brest en fonction de la marée.* Note (1) de M. **JULES ROUCH.**

Au mois d'août et au mois de septembre 1938, avec la collaboration de la Direction du Port de Brest, des échantillons d'eau de mer ont été recueillis toutes les deux heures entre la basse mer et la pleine mer, en trois points de la rade, à Landévennec, à Camaret, et au Grand Minou. M. Merlin, pilote-major de la Direction du Port, a procédé lui-même à la prise de ces échantillons sur les indications que je lui avais fournies. Leur analyse a été faite quelques jours plus tard au Laboratoire d'Océanographie physique de l'Institut Océanographique par M. Roche. Comme la quantité d'eau dont nous disposions était d'un litre environ, les mesures de chloruration d'après la méthode de Knudsen ont été répétées plusieurs fois pour chaque échantillon. Des mesures de la densité par le pycnomètre ont été faites pour toute la série à l'aide d'une balance de Rueprecht et Sohn, qui donne une précision relative d'un dix-millionième. Nous pouvons donc espérer avoir dans nos mesures la précision de 1/100 de la salinité.

---

(1) Séance du 16 février 1942.

Les résultats des mesures figurent dans le tableau suivant :

Heure de la marée,....	2 heures après		4 heures après		2 heures après		4 heures après		Moyenne.
	B. M.	B. M.	B. M.	P. M.	P. M.	P. M.	P. M.		
<i>Landévennec, 6 août 1938.</i>									
Heure (d'été).....	8	10	12	13,38	15,30	17,30		—	
Température de l'air...	18,2	20	21	23	22,5	22		—	
» de la mer.	20	20	20	19,5	20	21		20,1	
Salinité.....	31,51	32,22	32,31	32,29	32,84	31,50		32,28	
<i>Grand-Minou, 8 août 1938.</i>									
Heure (d'été).....	9,27	11,28	13,29	15,31	17,30	19,35		—	
Température de l'air...	15	17,5	20	21	19	18,5		—	
» de la mer.	17,2	17,2	17,7	17,8	17,6	17,2		17,4	
Salinité.....	34,74	35,17	35,23	35,26	35,35	35,17		35,14	
<i>Camaret, 8 septembre 1938.</i>									
Heure (d'été).....	8,15	10,20	12,20	14,20	16,20	18,20		—	
Température de l'air...	14,5	16	19	20	18	17,5		—	
» de la mer.	15,5	15,5	15,5	15,8	15,6	15,4		15,6	
Salinité.....	35,34	35,34	35,35	35,38	35,39	35,40		35,37	

Dans toutes les stations la salinité est minima au moment de la basse mer et maxima au moment de la pleine mer, ou entre la pleine mer et la basse mer.

L'amplitude de la variation de la salinité est très différente dans les trois stations. A Landévennec, où l'influence de la rivière de Châteaulin diminue très sensiblement la salinité (32,28 en moyenne pour 35,14 au Grand-Minou), la variation en fonction de la marée dépasse 2 unités de la salinité. La même variation est très faible à Camaret, où elle atteint à peine 6/100. Au Grand-Minou, elle est de 5/10.

A Landévennec, la variation de la salinité s'explique simplement par l'influence prépondérante des apports d'eaux douces au moment de la basse mer. Il est probable qu'il en est de même pour toutes les rivières qui se jettent dans la rade de Brest, et leur influence se fait sentir jusqu'à la sortie du goulet devant le Grand-Minou, où l'on observe au moment de la basse mer une baisse sensible de la salinité.

Cette baisse se manifeste beaucoup moins dans la baie de Camaret qui ne reçoit aucun cours d'eau, et qui est située en dehors de la circulation des eaux de la rade de Brest. D'ailleurs la salinité moyenne à Camaret (35,37) est supérieure à la salinité moyenne au Grand-Minou (35,14).

D'autre part la variation diurne de l'eau de mer, d'ailleurs très faible, suit à Camaret et au Grand-Minou la variation diurne de la température de l'air, qui est beaucoup plus forte.

A Landévennec au contraire, la variation diurne de la température de la mer présente à pleine mer un minimum par suite de l'afflux des eaux venant



du large, normalement plus froides au mois d'août que les eaux de Landévennec, bien que cette pleine mer ait coïncidé avec l'heure la plus chaude de la journée. Il en est résulté une variation diurne inversée de la température de l'eau de mer avec un minimum au début de l'après-midi, et il est probable qu'il en est de même tous les jours d'été, quand la pleine mer a lieu dans l'après-midi.

MICROPALÉONTOLOGIE. — *Sur la conservation de microfossiles calcaires, notamment de Coccolithophoridées, dans les silex sahéliens d'Oranie.* Note de M. GEORGES DEFLANDRE, présentée par M. Maurice Caullery.

Riches en enseignements au regard des Diatomées qui les ont engendrés <sup>(1)</sup>, les silex ménilites sahéliens d'El Medhi ne le sont pas moins en ce qui concerne toute une série de microfossiles calcaires qui s'y sont conservés. Parmi ceux-ci, les Coccolithophoridées présentent un intérêt tout particulier. *C'est en effet la première fois qu'il est donné de les observer, in situ, dans des lames minces de roches* <sup>(2)</sup>. On sait que, jusqu'à présent, c'est seulement en désagrégeant des sédiments suffisamment meubles (craies, marnes, argiles), que l'on pouvait déceler et étudier les coccolithes (*sensu lato*) isolés ou groupés. Les coques entières (Coccosphères et Rhabdosphères *auct.*) n'avaient jamais été vues dans des roches cohérentes, et les rhabdosphères, elles-mêmes, n'étaient pratiquement connues, à l'état fossile, que par leurs éléments dissociés (rhabdolithes).

Localement, certains silex ménilites d'El Medhi sont d'une richesse extraordinaire, soit en coccolithes dispersés, soit en coccosphères intactes, ou partiellement disloquées. Les rhabdosphères, par contre, se sont montrées jusqu'ici relativement rares, ce qui ne les rend pas moins intéressantes.

D'une manière générale, on retrouve, dans les silex, les espèces que j'ai signalées antérieurement dans les marnes du même gisement <sup>(3)</sup>, avec, cependant, des degrés de fréquence différents. L'étude systématique des Coccolithophoridées sahéliennes que j'ai entreprise, portera donc à la fois sur les marnes et sur les silex. Parmi les genres déjà reconnus, citons les plus importants : *Coccolithus*, *Pontosphaera*, *Scyphosphaera*, *Rhabdosphaera*, auxquels s'ajoutent d'intéressants *Discoaster*, ainsi que des formes entièrement nouvelles.

Sauf un cas particulier, la constitution originelle des coccolithes (calcite) n'a pas été modifiée, pour autant qu'il est possible d'en juger. L'exception concerne quelques coccosphères et coccolithes dont le calcaire a disparu et qui subsistent dans l'opale à l'état de *vides*, rendus très visibles par l'air qui les

(1) *Comptes rendus*, 214, 1942, pp. 319 et 443.

(2) Les rares mentions antérieures ont été présentées comme des hypothèses. Il y a lieu, en outre, de mettre à part le cas très aberrant de *Nannoconus colomi* (de Lap.) Kampt. des calcaires tithoniques.

(3) *Bull. Soc. Zool. de France*, 64, 1939, p. 200.

occupe. Le relief des coccolithes calcaires est d'ailleurs satisfaisant, meilleur, en fait, que dans les préparations de sédiments délités et montés en milieu résineux, par suite de la différence des indices de réfraction de la calcite et de l'opale (de l'ordre de 0,16).

Les Foraminifères (Globigérines surtout), beaucoup moins abondants dans les silex que dans les marnes, sont restés calcaires, bien que leurs loges soient habituellement remplies d'opale mamelonnée, avec, parfois, un peu de calcédonite. Quelques très rares spécimens sont silicifiés, au moins en partie, et l'on a là, à titre d'exception, ce qui est la règle générale dans les silex de la craie.

D'autres microfossiles calcaires, enfin, dont la position systématique est imprécise, mériteront une description ultérieure (<sup>4</sup>).

L'ensemble du microplancton à Protistes calcaires conservé dans les silex ménilités sahariens d'El Medhi apparaît donc particulièrement digne d'intérêt, aussi bien du point de vue purement paléontologique que du point de vue de son mode de conservation dans un milieu jusque-là inhabituel.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la culture des tissus de Carotte et de Topinambour même à l'état de lames réduites à une assise de cellules.*  
Note de M. **ROGER GAUTHERET**, présentée par M. Louis Blaringhem.

On sait que des fragments isolés de tissus de Carotte ou de Topinambour peuvent être cultivés dans des milieux nutritifs convenables et qu'il est possible d'entretenir indéfiniment leur développement, grâce à des repiquages réguliers.

Dans le but d'étudier les variations du pouvoir de prolifération des tissus en fonction de la dimension des fragments ensemencés, nous avons tenté de déterminer le poids minimum de tissu capable de manifester une croissance appréciable. Pour cela, nous nous sommes servi de la souche de tissu cambial de Carotte dont nous entretenons le développement depuis près de 5 ans. Nous avons choisi des cultures particulièrement vigoureuses que nous avons divisées en petits prismes dont le poids était compris entre 0<sup>mg</sup>,2 et 100<sup>mg</sup>. Ceux-ci, après avoir été pesés aseptiquement, furent transportés dans un milieu nutritif dont nous avons déjà indiqué la composition (<sup>1</sup>).

Tous les fragments pesant initialement plus de 300<sup>mg</sup> se sont accrus rapidement. Un grand nombre de fragments pesant moins de 30<sup>mg</sup> sont morts en quelques jours, mais quelques-unes de ces petites masses de cellules ont proliféré activement.

Pour résumer nos résultats, nous avons établi des courbes représentant

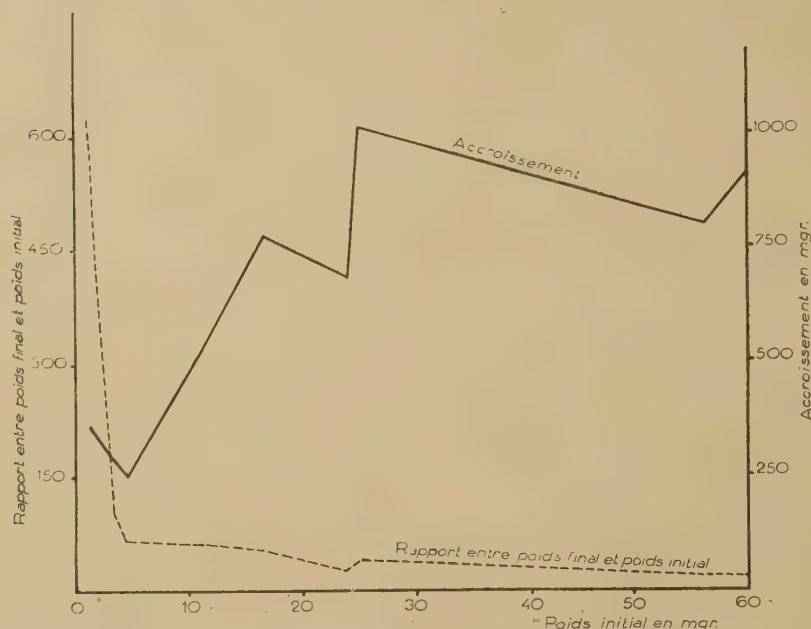
---

(<sup>4</sup>) A part quelques rares débris de tissus végétaux (Algues ?), on ne rencontre, dans ce silex, aucun microfossile conservé à l'état de matière organique.

(<sup>1</sup>) R. GAUTHERET, *Manuel technique de culture des tissus végétaux*, Paris, 1942, p. 52.



l'accroissement des cultures en fonction du poids initial du fragment de tissu ensemencé. L'examen du graphique ci-dessous permet de conclure que le rapport entre le poids final et le poids initial d'une culture varie en raison inverse du poids initial. Les plus petits fragments dont nous ayons pu entre-



Variations de la croissance de tissus de Carotte en fonction du poids du fragment ensemencé. La courbe en trait plein est relative à l'accroissement pondéral des cultures; la courbe en tirets correspond aux variations du rapport  $\frac{\text{poids final}}{\text{poids initial}}$ . Remarquer que ce rapport est d'autant plus élevé que le poids de tissu ensemencé est plus faible.

tenir la prolifération pesaient 0<sup>mg</sup>,5; deux d'entre eux ont été le point de départ de cultures géantes et se sont transformés, au bout de 10 mois, en énormes masses de tissus indifférenciés ayant la forme de disques mesurant 10<sup>cm</sup> de diamètre, possédant une épaisseur de 2 à 3<sup>cm</sup> et pesant au moins 150<sup>g</sup>.

Étant donnée la fragilité des tissus de Carotte, nous supposons que les insuccès obtenus en partant de fragments d'un poids inférieur à 0<sup>mg</sup>,5 étaient dus aux lésions que provoque inévitablement le prélèvement, et nous ne pensons donc pas que de très petits fragments soient véritablement incapables de proliférer.

Ces considérations nous ont conduit à répéter ces expériences en nous servant, non plus des fragments à peu près cubiques, mais de minces lames de tissus possédant une surface d'au moins 1<sup>cm</sup><sup>2</sup> et une épaisseur uniforme comprise suivant les cas, entre 80 et 400<sup>μ</sup>. Cette nouvelle série de recherches fut réalisée non seulement sur des cultures de notre souche de Carotte, mais aussi sur des tissus de Topinambour prélevés en juin sur des jeunes tubercules normaux. Les fragments les plus minces dont nous avons observé le développement possé-

daient une épaisseur de 100 à 120 $\mu$ . La prolifération de ces lames minces n'était pas uniforme : tandis que certaines plages produisaient de volumineuses protubérances, d'autres ne se modifiaient pas et se nécrosaient rapidement; en pratiquant des coupes dans ces fragments, au bout de 15 à 20 jours de culture, nous avons pu, grâce à la présence des plages n'ayant manifesté aucune croissance, déterminer le nombre d'assises cellulaires que comportaient les lames de tissus au moment de leur prélèvement. Ces observations nous ont montré, aussi bien dans le cas des tissus de Carotte qu'en ce qui concerne ceux de Topinambour, qu'une lame possédant une seule assise de cellules vivantes est capable de proliférer activement <sup>(2)</sup>.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur le rôle des corpora allata dans la ponte des Dytiscidés*. Note <sup>(1)</sup> de M. PIERRE JOLY, présentée par M. Charles Pérez.

De nombreux travaux expérimentaux ont envisagé le rôle des *corpora allata* comme glandes endocrines contrôlant la métamorphose, la mue et le développement sexuel des Insectes. A ce dernier point de vue notamment, les différents auteurs ayant étudié cette question sont en complet désaccord : Wigglesworth (1936), sur *Rhodnius prolixus*, et I. G. Weed (1936), sur *Melanoplus differentialis*, constatent la nécessité de la présence des *corpora allata* pour le développement des œufs et la ponte; au contraire, Plugfelder (1937), sur *Dixippus morosus*, et Bounhiol (1938), sur *Bombyx mori*, obtiennent un développement complet et une ponte normale chez des animaux privés de leurs *corpora allata*. Il semble donc que les espèces envisagées réagissent très différemment à l'ablation de cet organe. Cette dissemblance de comportement peut être attribuée au fait que ces animaux présentent des cycles biologiques complètement différents : la ponte unique d'un Lépidoptère intervient nécessairement au bout d'un délai déterminé après la métamorphose; et du moment que celle-ci s'est produite, celle-là suit inéluctablement. Chez le *Rhodnius*, au contraire, la ponte, étant liée à la seule nutrition de l'animal, nécessite l'intervention d'un mécanisme humoral. Pour échapper à toute critique et saisir le phénomène sexuel à l'état pur, nous nous sommes adressé à des espèces chez qui la ponte se produit à date fixe, sans aucune relation avec la métamorphose, les Dytiscidés.

Chez ces animaux nous rencontrons en effet un véritable cycle génital. La

---

<sup>(2)</sup> Rappelons que, dans ces recherches anciennes, réalisées dans des conditions défavorables, Rechinger n'a pu obtenir la prolifération de lames de tissus que si celles-ci comportaient au moins 21 assises de cellules (*Abh. Zool. bot. Ges. Wien.* 43, 1893, pp. 310-344). Plus récemment, Börger a isolé des lames de divers tissus, mais n'a pu obtenir aucune prolifération (*Arch. f. exp. Zellf.*, 2, 1926, pp. 123-190).

<sup>(1)</sup> Séance du 20 avril 1942.



vie imaginaire durant 3 ou 4 ans, les femelles pondent chaque année. Les œufs commencent à se développer dans la seconde quinzaine de février et atteignent leur taille complète à la fin de mars, date à laquelle la ponte commence. Celle-ci peut durer 1 à 2 mois, après quoi l'ovaire rentre en repos jusqu'à l'année suivante.

Nous avons pu établir par une série d'expériences préalables que ce cycle est très peu sensible aux actions du milieu extérieur, température, lumière, alimentation, ainsi qu'à l'âge des animaux et à leur espèce (*Macrodytes marginalis*, *M. dimidiatus*, *M. circumflexus* et *Cybister*).

Nos expériences ont porté sur les quatre espèces précédentes, chez qui nous avons pratiqué trois types d'interventions :

1° destruction au thermocautère de la région des *corpora allata* (cette destruction a été effectuée dans le courant de février, c'est-à-dire avant que l'ovaire présente trace d'activité);

2° ablation chirurgicale élective des *corpora allata*, faite à la pince (cette ablation a été pratiquée à la fin de février, alors que les ovaires avaient déjà légèrement commencé leur développement);

3° ablation chirurgicale plus ou moins complète des *corpora cardiaca* et d'une partie des *corpora allata*, faite également à la pince et à la même date que précédemment.

Le premier type d'intervention a un très mauvais rendement; peu d'animaux survivent. Parmi eux, aucun de ceux auxquels les *corpora allata* avaient été complètement détruits n'a pondu ou présenté le moindre signe d'activité de ses ovaires. Les autres individus se sont comportés de façon très variable : ponte normale viable, ponte naine incapable de se développer ou stérilité complète, sans que nous ayons pu établir de relation précise entre le trouble génital produit et l'importance de la lésion.

Le second type d'intervention a, au contraire, un rendement très élevé : 70 % des opérés survivent indéfiniment, et l'ablation s'est toujours révélée complète à l'autopsie.

Aucune des opérées n'a pondu. Chez toutes le développement des ovaires, commencé au moment de l'intervention, s'est poursuivi pendant 15 à 20 jours; après quoi les œufs sont entrés en dégénérescence. Au bout d'un mois les ovaires étaient même retournés à un état légèrement plus régressé que celui d'un animal en diapause.

Le troisième type d'intervention, de même rendement que le précédent, a cependant des résultats beaucoup plus variables, sans toutefois que nous ayons jamais obtenu de ponte normale, même chez des animaux dont les *corpora allata* avaient été seulement détachés des *corpora cardiaca* (une seule femelle, sur dix-huit, a pondu quelques œufs, moitié moins gros que des œufs normaux). D'une manière générale le développement des œufs se poursuit plus longtemps que dans le cas précédent et va plus loin; mais là non plus nous



n'avons pu établir de relation précise entre l'importance de la lésion (détachement des *corpora allata*, destruction partielle ou totale des *corpora cardiaca*, destruction des *corpora cardiaca* et d'un des deux *corpora allata*) et le degré de stérilité obtenu.

En résumé il semble donc que :

1° chez ces animaux où la ponte n'est induite ni par une mue, ni par la métamorphose ou par quelque agent extérieur, elle soit sous la seule dépendance des *corpora allata*. Elle est en tout cas impossible en leur absence ;

2° le sang de l'animal au début de la maturation ovarienne contienne assez d'hormone pour permettre encore le développement partiel des œufs pendant une dizaine de jours après l'ablation de la glande ;

3° les *corpora allata* ne donnent leur plein effet qu'à condition d'être en liaison nerveuse avec le cerveau par l'intermédiaire des *corpora cardiaca*. Il faut, du reste, s'attendre à ce que cette troisième condition ne soit pas nécessaire chez tous les insectes, beaucoup possédant une innervation plus complexe de cet organe, soit directement à partir du sympathique, soit par l'intermédiaire d'un ganglion hypocérébral qui n'existe pas chez les Dytiscidés.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Premières étapes de l'ossification dans les os embryonnaires et rôle de la phosphatase*. Note (1) de MM. **JEAN ROCHE** et **MARCEL MOURGUE**, présentée par M. Maurice Javillier.

La formation du phosphate tricalcique,  $(\text{PO}_4)^2\text{Ca}^3$ , dans les os est un phénomène dont le mécanisme demeure mal connu. Pour Robison, les humeurs osseuses saturées en  $(\text{PO}_4)^2\text{Ca}^3$  renferment des ions  $\text{PO}_4^-$  et  $\text{Ca}^{++}$  à une concentration régie par leur produit de solubilité ; aussi suffirait-il que des ions  $\text{PO}_4^-$  soient libérés par action de la phosphatase des os pour que  $(\text{PO}_4)^2\text{Ca}$  précipite. Pour Pfaundler, pour Freudenberg et György, au contraire, les ions  $\text{PO}_4^-$  et  $\text{Ca}^{++}$ , d'abord fixés séparément par la matrice protéique préosseuse, donneraient naissance par la suite à  $(\text{PO}_4)^2\text{Ca}^3$  ou à des précurseurs de ce sel lors de la formation de la substance osseuse (*prise* de l'os). Chacune de ces hypothèses rend compte de certains faits, mais ni l'une ni l'autre n'est entièrement satisfaisante.

Or si la théorie de Robison est exacte, les ébauches osseuses embryonnaires, douées d'une grande activité phosphatasique, doivent, dès le début de leur enrichissement en phosphore et en calcium, renfermer du phosphate tricalcique. C'est ce que nous avons essayé de contrôler en déterminant le rapport, teneur en calcium/teneur en phosphore (Ca/P) dans des pièces squelettiques embryonnaires.

(1) Séance du 27 avril 1942.



Nos recherches ont porté sur les os de deux Mammifères, la Chèvre (*Capra hircus hircus* L.) et le Mouton (*Ovis aries* L.) et d'un Batracien (*Pelodytes punctatus* Dandin). Voici quelques exemples des résultats obtenus sur 42 organes :

Espèce animale et taille de l'embryon (en cm)	Organe étudié.	Eau % du poids frais.	Cendres % du poids sec.	Calcium % du poids sec.	Phosphore % du poids sec.	Rapport Ca/P.
Chèvre, 18.....	Pariétaux (souples)	73,6	49,74	18,41	9,45	1,92
» » .....	Omoïplates (molles)	86,4	19,33	1,34	2,03	0,66
» » .....	Phalanges (deb. ossif.)	77,1	37,27	12,81	7,70	1,66
» » .....	Fémur (épiphyse molle)	83,9	15,16	1,41	1,51	0,93
» » .....	Mandibules (deb. ossif.)	70,5	57,29	20,45	10,70	1,91
Mouton, 19.....	Epiphyses div. (molles)	88,4	14,73	3,57	2,79	1,27
» 20.....	» »	90,6	17,30	5,69	3,70	1,53
» 20.....	» »	87,0	22,60	4,41	2,60	1,72
» 24.....	» »	84,5	34,63	11,80	6,09	1,90
<i>Pelodytes</i> (têtard).	Pariétaux	87,9	12,14	2,50	1,72	1,44

Les faits observés et leur discussion peuvent être ainsi résumés :

I. Les ébauches osseuses molles présentent dès le début de leur enrichissement en sels une teneur en phosphore telle que la valeur du rapport Ca/P traduit la présence d'un fort excès de phosphore <sup>(2)</sup> par rapport à la quantité pouvant être unie à la totalité du calcium pour former  $(\text{PO}^4)^2\text{Ca}^3$ . Il en est en général ainsi tant que la teneur en cendres des organes n'atteint pas 30 %. Lorsque les os deviennent légèrement plus riches en éléments minéraux, on voit se différencier des zones calcifiées; Ca/P est alors toujours très voisin de 1,90 à 2, sa valeur théorique étant de 1,96 pour  $(\text{PO}^4)^2\text{Ca}^3$  et de 2,16 pour  $[3(\text{PO}^4)^2\text{Ca}^3.\text{CO}^3\text{Ca}]$ .

II. La fixation du calcium et celle du phosphore par les organes embryonnaires avant leur prise s'opèrent de manière indépendante, puisque le rapport Ca/P de ces pièces est variable. Sa valeur est d'autant plus basse que les os sont moins développés; elle a oscillé de 0,58 à 2,28 dans l'ensemble de nos expériences.

III. Il est actuellement établi que les ions  $\text{PO}_4^-$  et  $\text{Ca}^{++}$  peuvent être directement fixés par les protéines de la substance préosseuse, laquelle les prélève directement dans les humeurs (Pfaundler, Freudenberg et György, Roche et Simonot). Par ailleurs, comme l'activité phosphatasique des os est beaucoup plus élevée un peu avant et pendant la prise que par la suite (Roche et Martin-Poggi), ceux-ci s'enrichissent alors en radicaux  $\text{PO}^4$ . Aussi pensons-nous que le principal rôle de la phosphatase n'est pas de favoriser la précipitation de  $(\text{PO}^4)^2\text{Ca}^3$  selon le mécanisme décrit par Robison, mais de permettre

<sup>(2)</sup> Cet excès de phosphore est de beaucoup supérieur à celui pouvant être dû à la présence d'esters, dont nous avons constaté que les ébauches embryonnaires sont pauvres.



l'accumulation de radicaux phosphoriques dans la substance préosseuse, laquelle fixe indépendamment du calcium. C'est seulement lorsque cette première phase de l'ossification est terminée qu'a lieu la formation du phosphate tricalcique. La rapidité avec laquelle ce sel apparaît en abondance dans la substance osseuse néoformée permet de penser que, comme l'a pressenti Pfaundler, les remaniements des protéines chargées de calcium et de radicaux phosphoriques signalés par les histologistes au moment de la « prise » doivent libérer dans un temps assez bref des ions  $\text{PO}_4^{=}$  et  $\text{Ca}^{++}$ , qui apparaissent alors à une forte concentration, ce qui permet la formation et la précipitation de  $(\text{PO}_4)^2\text{Ca}^3$  *in situ*.

IV. Cette conception permet d'expliquer que la phosphatase, intervenant dans un phénomène beaucoup plus lent que la précipitation du phosphate tricalcique (très rapide dans les os embryonnaires et dans les cals) joue dans l'ossification un rôle important malgré la pauvreté relative des humeurs en esters phosphoriques. Elle suggère en outre l'hypothèse que l'une des principales fonctions des ostéoblastes est la sécrétion des enzymes (protéases et phosphatase) participant à la genèse de la substance osseuse.

A 15<sup>h</sup>45<sup>m</sup> l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16<sup>h</sup>.

A. Lx.

---



## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

## OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE MARS 1942.

*Nouvelles études descriptives sur les Agarics termitophiles d'Afrique tropicale*, par ROGER HEIM. Extrait des *Archives du Muséum national d'histoire naturelle*. Sixième série, tome XVIII. Paris, Éditions du Muséum, 1941; 1 fasc. 33<sup>cm</sup>.

*Mémoires de l'Institut français d'Afrique noire*, n° 2. *Contribution à l'étude de la végétation du Sénégal*, par JEAN TROCHAIN. Paris, Librairie Larose, 1940; 1 vol. 28<sup>cm</sup> (présenté par M. A. Chevalier).

*Contribution à l'étude de la flore de Normandie*, par AUGUSTE CHEVALIER. Extrait du *Bulletin de la Société linéenne de Normandie*. Neuvième série, tome II. Cane, Imprimerie Ch. Le Tendre, 1942; 1 broch. 22<sup>cm</sup>, 5.

Secrétariat d'État à la production industrielle. Services de la Carte géologique de la France et des topographies souterraines. Études des gîtes minéraux de la France. *Les phosphates de chaux sédimentaires de France* (France métropolitaine et d'Outre-Mer), par LUCIEN CAYEUX. Tome II. Paris, Imprimerie nationale, 1941; 1 vol. 32<sup>cm</sup>.

*Conférences sur l'organisation du travail faites aux séances du Comité national de l'organisation française tenues en commun avec la Société des ingénieurs civils de France*, par J. CHEVALIER, G. RIMOND, R. SATET, G. BEQUART, L. DANTY-LAFRANCE, H. DUBREUIL. Paris, C.N.O.F., 1941; 1 vol. 23<sup>cm</sup>.

Publications du Bureau d'études géologiques et minières coloniales, n° 16. *Existence, exploitabilité et prospection des roches aurifères*, par R. GOLOUBINOW. Paris, 1941; 1 fasc. 24<sup>cm</sup>.

Idem, n° 17. *Géologie de l'Inde orientale française*, par RAYMOND FURON. Paris, 1941, 1 fasc. 24<sup>cm</sup>.

*Le diagnostic chimique des avitaminoses techniques actuelles*, par PAUL MEUNIER et YVES RAOUL. Paris, Masson et C<sup>ie</sup>, 1942; 1 vol. 23<sup>cm</sup>, 5.

Monografii Matematice. Fascicula VII. Seminarul de Mătematici al Universității din Cluj. *Comemorarea ilustrilor Matematicieni Émile Picard și Henri Lebesgue*. Comunicări Făcută în Sedința Solemnă de la 4 februarie 1942 în Timișoara, de TH. ANGHELUTA și P. SERGESCU. Timișoara, Tipografia Românească, 1942; 1 fasc. 24<sup>cm</sup>, 5.

